TAKÎYÜDDÎN'İN CEBİR RİSALESİ

MELEK DOSAY

Takîyüddîn

16. yüzyılda yaşamış meşhur Osmanlı bilim adamlarından Muhammed İbn Ma'ruf İbn Ahmed Takîyüddîn'in doğum yeri ve yılı hakkında çeşitli bilgiler mevcuttur. Onun genellikle 1525 veya 1526 yıllarında Kahire'de doğduğu kabul edilir. Ancak, 1521'de Şam'da doğduğunu bildiren yayınlar da vardır[1]. Şurası kesin olarak bilinmektedir ki, Takîyüddîn İstanbul'a gelmeden önce Kahire'de yetişmiş, eğitimini İstanbul'da tamamlamıştır. Onun İstanbul'da Çivizâde, Ebusuûd, Kutbeddinzâde ve Saçlı Emir gibi kimselerden dersler aldığı bilinmektedir. Daha sonra İstanbul ve Kahire'deki çeşitli medreselerde hocalık yapmış, 1571 yılında müneccimbaşı Mustafa Çelebi'nin ölümüyle Padişah II. Selim tarafından müneccimbaşılığa atanmıştır. 1577 yılında III. Murad'ın fermanıyla Tophane sırtlarında bir rasathane kurmuş ve burada astronomi gözlemleri yapmıştır. Rasathane kurma isteğinin Takîyüddîn'den geldiği de söylenmektedir. O, eski zîclerin artık ihtiyaca cevap vermediğini ve yeni gözlemlerin yapılması için bir rasathane kurulması gerektiğini bildiren bir raporu Padişaha sunmuş, III. Murad da Sadrazam Sokullu Mehmed Paşa ve Sadeddîn Efendi'yi bu işle görevlendirmiştir. Kurulan bu rasathane o dönemin en mükemmel rasathanelerinden biri olmasına rağmen ömrü çok kısa olmuş, 1583'de Şeyhülislamın fetvasıyla yıkılmıştır. Takîyüddîn bundan sonra iki yıl daha çalışmalarını sürdürmüş, 1585'te İstanbul'da ölmüştür[2].

Takîyüddîn yalnızca astronomi ile ilgilenmemiş, matematik, optik, mekanik gibi diğer matematiksel bilimlerle de uğraşmıştır. Bu yazıda incelenen cebir risalesi, bize onun matematikçi yönü hakkında fikir vermektedir.

[1] Ramazan Şeşen, "Meşhur Osmanlı Astronomu Takîyüddîn el-Râsıd'ın Soyu Üzerine", *Erdem*, c. 10, 1988, s. 165-171.

[2] *Türk Ansiklopedisi*, c. 30, s. 357-361; D.E. Smith, *History of Mathematics*, c. 1, s. 351; Ramazan Şeşen, *A.G.E.*

Takîyüddîn'in bu risalesi *Kitâb el-Nisâb el-Mütaşâkale (Sayıların Oranı)* adı ile Oxford I. 881, 3° 1 numarada kayıtlıdır[3]. Tespit edebildiğimiz bu tek nüsha üç varak olup, Hicri 918 yılında yazılmıştır. Yazmada konu ve bölüm başlıkları belirlenmiştir. Birinci bölümde adı geçen Ibnü'l-Hâim, 1352 veya 1355 yıllarında Kahire'de vefat etmiş, asıl adı Ebu'l Abbas Şehâbüddîn Ahmed İbn Muhammed İmad olan matematikçidir[4]. O da hesap ile ilgilenmiştir.

Takîyüddîn'in Cebiri

Takîyüddîn'in cebir risalesi, giriş, üç bölüm ve sonuç olmak üzere beş kısımdan müteşekkildir. "Teknik Terimlerin Açıklanması" başlığını taşıyan giriş bölümünde, cebir biliminde kullanılan terimler incelenmiştir. Bilinmeyen için kullanılan x'in kendi kendisiyle çarpımından x^2, bunun x ile çarpımından x^3 elde edilir. x, x^2 ve x^3 cebir biliminde kullanılan asıl terimlerdir, bunlar vasıtasıyla diğer terimler de elde edilir. x^3'ün x ile çarpımından x^4, bunun yine x ile çarpımından x^5, bunun x ile çarpımından da x^6 elde edilir. Bilinmeyen ve onun kuvvetleri için kullanılan terimleri Takîyüddîn'in bu şekilde açıklaması, daha önce İslam Dünyasında yazılmış bütün cebir kitaplarında verilen açıklamalara tamamiyle paraleldir. Bu terimlerden her birinin kendisinden küçük basamaktakine oranı, kendisinden büyük basamaktakinin kendisine oranına eşittir. Yani, asıl olan ilk üç terimden (x, x^2 ve x^3) sonra gelenlerin elde edilmesinde oran ve orantı özelliğinden yararlanılmaktadır. Böylece, Öklid geometrisi vasıtasıyla ön plana gelen oran ve orantı teoremlerinin işe karıştırıldığını görmekteyiz.

Takîyüddîn, risalesinin ilk bölümünde cebirsel ifadelerle yapılan dört işlemin kaidelerini incelemiştir. Çeşitli terimler arasındaki toplama işlemi vav (ve) ile yapılır; örneğin $3x+4x^2$ toplamında olduğu gibi. Yani, Arapça ve harfi günümüzdeki+notasyonuna tekabül etmektedir. Çıkarma işlemi, çıkartılma durumundaki (negatif) terimin eşitliğin her iki tarafına eklenmesi ya da çıkartılacak terimin doğrudan doğruya eksiltilmesi ile yapılır. $(7x^2-x)-5x$ ifadesi $7x^2-6x$ biçimine, $(5x^3-3x)-(4x^2-2)$ ifadesi de $(5x^3+2)-(4x^2+3x)$ biçimine dönüşür.

[3] Heinrich Suter, *Die Mathematiker und Astronomen Der Araber Und Ihre Werke*, Leipzig 1900, s. 191. Bu yazmadan beni haberdar eden ve fotokopisini temin eden Dr. Remzi Demir'e teşekkür ediyorum.

[4] Suter, *A.G.E.*, s. 171-172.

Çarpma işleminin tanımını Takîyüddîn $a.b=x$ ise $a/x=1/b$ biçiminde vermiştir. Bu tanım, genel olarak her çeşit cebirsel niceliğin çarpımına uygulanması mümkün bir tariftir. Çarpımın cinsi, çarpanların cinsine bağlı olarak belirlenir. Eğer iki sayı çarpılıyorsa, netice sayı olarak bulunur. $4.2x=8x$ örneğinde olduğu gibi, çarpanlardan biri sayı, diğeri de x'li bir terim ise, çarpım da x cinsinden bulunur. Parantezli çarpımlarda, bir parantez içindeki terimlerin her biri diğer parantez içindeki terimlerle birer birer çarpılır ve bunlar işaretine göre toplanarak ya da çıkarılarak netice bulunur.

Kesirli ifadelerin tam sayılı ifadelerle çarpımında kural, pay ve paydadaki terimlerin kuvvetlerinin farkının çarpımın kuvvetini belirlemesidir. Bu işlem, aynı zamanda bölme işlemi de olmaktadır. Takîyüddîn, buradan bölme işleminin kaidelerine geçer. Müfred bölmeyi üç gruba ayırarak inceler. Birinci grupta, bölen ve bölünen terimler aynı cinsdir, bölüm sayı olarak bulunur. Eğer bölünen bölenden küçük ise, netice kesirli sayı olarak bulunur. İkinci grupta, bölünenin kuvveti böleninkinden daha büyüktür. Bölümün kuvveti, bölünen ve bölenin kuvvetlerinin farkı ile belirlenir. $6x^3/2x^2=3x$ ve $6x^3/9x^2=(2/3)x$ örnekleri verilmiştir. Üçüncü grupta ise, bölenin kuvveti bölüneninkinden daha büyüktür. Bölümün kuvveti yine kuvvetler arasındaki fark ile bulunur, ancak bu fark paydaya yazılır. $5x^2/5x^3=1/x$, $8x/2x^3=4/x^2$ ve $8x/12x^5=2/(3x^4)$ bölmeleri örnek verilmiştir.

Risalenin ikinci bölümü kurallar ile ilgili olup, Takîyüddîn burada *cebir* ve *hat* işlemlerini incelemiştir. *Cebir* (tamamlama) işlemi, x'in katsayısı bir'den küçük olduğunda, bunu bir'e tamamlamak; *hat* işlemi de bunun aksine, bir'den büyük olan x'in katsayısını bir'e indirgemektir. x'in katsayısını bir yapmak için eşitliğin bütün terimlerinin çarpılması gereken sayı dört oran yoluyla bulunur.

Oran ve orantı, İslâm matematikçilerinin bilinmeyeni bulmak için kullandıkları başlıca hesap yöntemiydi. Bu yöntemi, uygulanması mümkün olan her çeşit problemin çözümüne uygulamışlardı. Hattâ, problemleri bu açıdan iki gruba ayırmışlardı; bunlardan biri bilinmeyenin artırma ve eksiltme yoluyla bulunduğu sayı problemleri, diğeri de muamelât ile ilgili hesap problemleriydi.

"Ziyade ve noksana taalluk eden mesâil" adıyla anılan birinci gruba, birinci dereceden bir bilinmeyenli bir denkleme yol açan sayı problemleri giriyordu, bunlar dört oran kurularak çözülüyordu. Ancak, böyle bir problemde daima bir eşitlik kurulacağı için, bu eşitliğin bir tarafının kesir biçiminde bulunması gerekiyordu. Çünkü İslâm aritmetikçileri negatif sayıyı tasavvur edemediklerinden bu tür denklemleri a=x.m biçiminde düşünüyorlardı. Hiç bir problemde bilinmeyen açıkça ifade edilemeyeceğinden ve örneğin beş sayısının eşiti hangi sayı olur şeklinde bir soru sorulamayacağından dolayı, böyle birinci dereceden problemlerin genel denklemi =a±xm veya a=xm şeklinde tasavvur edilir. m=b/h gibi bir kesir biçiminde verilirse, bu eşitlik de a=x (b/h) ya da a.h=x.b eşitliklerine dönüşür. Bunlar, bir orantının orta ve yan terimleri olarak kabul edilebilir. O halde bu eşitlik x/a=h/b şeklinde dört oran olarak yazılabilir. Bu durumda, böyle bir birinci derece denklemine yol açan her çeşit sayı problemini dört oran ile çözmek mümkün olacağından, İslâm matematikçileri de bu özelliği dikkate alarak, hesap kitaplarına bununla ilgili özel kurallar koymuşlardır. a=xm denkleminde m bir kesir biçiminde verilmemiş olsa bile, bu denklemi 1.a=x.m gibi düşünmek ve böylece x/1=a/m orantısını kurmak mümkündür. Bu yüzden İslâm hesap uzmanları a=x gibi bir denklem çok açık olduğundan, böyle bir denkleme yol açan problemleri dikkate almamışlardı[5].

Risalenin üçüncü bölümü "Cebirsel Problemler" başlığını taşır. Bu bölümde, birinci ve ikinci derece denklemleri, alışılageldiği üzere iki grup altında toplanarak incelenmiştir. İki terimden oluşan "müfred denklemler" (yalın denklemler) üç tipe ayrılır. $ax^2=bx$ tipine örnek olarak $3x^2=12x$ denklemi verilmiştir. Bu denklem tipinin çözüm yolu, x'li terimin katsayısının x^2'nin katsayısına bölünmesidir.

$ax^2=c$ denklem tipi için de $3x^2=12$ denklemi örnek verilmiştir. Çözüm formülü, sayının kareli terimin katsayısına bölünmesi şeklindedir. İslâm Dünyası matematikçilerinden Kerecî de *Fahrî* adlı kitabında aynı örnek denklemi çözmüştür.

Müfred denklemlerin sonuncusu olan bx=c tipine Takîyüddîn 3x=12 denklemini örnek vermiştir. Bu denklemin çözüm yolu, c/b bölümüdür. x'in katsayısı bir olduğunda ise işlem yapmaya gerek yoktur.

İki terimin bir terime eşitlendiği "mukterinât denklemler" (katışık denklemler) de üç tiptir. $ax^2+bx=c$ tipinin çözüm formülü $x=\sqrt{(b/2)^2+c}-(b/2)$ şeklindedir. Takîyyüddîn bu tipe örnek olarak $x^2+10x=24$ denklemini vermiştir. Aynı örnek denklem ile Abdülhamîd ibn Türk'ün *Cebir*'inde ve Kerecî'nin *İlel Hesâb*'ında da karşılaşılmaktadır.

[5] Salih Zeki, *Asâr-ı Bâkiye*, c. 2, 1329 H., İstanbul, s. 192-195.

İkinci mukterinât denklem tipi, $x^2+c=bx$ denklemidir. Bu denklemlerin çözülebilme şartı olan $c<(b/2)^2$ koşulunu Takîyüddîn de söz konusu etmiştir. Buradaki çözüm formülü $x=(b/2)-\sqrt{(b/2)^2-c}$ dir. Ancak $c<(b/2)^2$ olursa $(b/2)^2-c$ farkı bulunabilir. Bu tipin örnek denklemi $x^2+16=10x$'dir. Kereci de *İlel Hesâb* adlı kitabında aynı denklemi örnek vermiştir.

Sonuncu katışık denklem tipi $x^2=bx+c$'dir. Bunun çözüm formülü $x=(b/2)+\sqrt{(b/2)^2-c}$ olup, $x^2=4x+5$ denklemi örnek olarak verilmiştir. Bu denklemi de Abdülhamîd İbn Türk'de ve Kerecî'nin *İlel Hesâb* adlı kitabında bulmaktayız.

Takîyüddîn bu denklemin çözümüne girişmeden önce, x^2'nin katsayısının bir'den farklı olması durumunda bir'e dönüştürülmesi uyarısında bulunmuştur. Bu dönüştürme, *cebir* ve *hat* işlemleriyle gerçekleştirilecektir. *Cebir* işlemini $(3/4)x^2+10x+(1/2)x=24$ denklemine uygulamıştır. Denklemdeki bütün terimleri 4/3 ile çarparak, $x^2+14x=32$ denklemini elde etmiş ve $x^2+bx=c$ denklem tipinin çözüm formülüne göre $x=2$ bulmuştur. Burada, aynı cins terimlerin eşitliğin bir tarafında toplanması işlemi demek olan *mukâbele* de yapılmıştır.

Hat işlemini de $2(1/4)x^2+7(1/2)x=24$ denklemine uygulamıştır. Bütün terimleri 4/9 ile çarparak, $x^2+3(1/3)x=10(2/3)$ denklemini elde etmiş ve $x=2$ çözümünü bulmuştur.

Takîyüddîn, *cebir* ve *hat* işlemlerinin yalın denklemlere de uygulanabileceğini *devr* problemleri ile göstermiştir.

Risalenin sonuç bölümünde Takîyüddîn çeşitli cebir problemlerini incelemiştir. Verdiği problemlerden bir tanesi: Üçte biri ile dörtte birinin çarpımı, kendisinin yarısı olan sayı kaçtır? Burada, oluşturduğu $x^2/12=x/2$ denkleminde x^2'nin katsayısını *cebir* işlemiyle bir'e tamamlayarak, elde ettiği $x^2=6x$ denklemini, $x^2=bx$ denklem tipinin çözüm kuralına göre çözerek $x=6$ cevabını bulmuştur. Buna benzer problemler İslâm Dünyası matematikçileri tarafından oldukça kapsamlı biçimde incelenmiştir[6].

[6] Örneğin Hârezmî için bakınız; *Kitâb al-Mukhtasar fî Hisâb al-Jabr wa'l Muqabala*, Rosen, Londra 1830-31, s. 35-67.

Takîyüddîn'in bu risalesinde, cebir konusunu daha önceki İslâm matematikçilerinin oluşturduğu geleneğe uygun biçimde ele aldığı görülmektedir. İslâm Dünyası matematikçilerinin incelemiş oldukları denklem örneklerini bile Takîyüddîn değişiklik yapmadan almış, ancak bu denklemleri çözerken geometrik yöntemleri hiç kullanmadan, aritmetiksel yaklaşımı benimsemiştir. Cebirin analitikselleşmesi adı verilen bu anlayışı daha önce Kerecî'nin (10. yüzyıl sonu-11. yüzyıl başları) *İlel Hesâb* adlı kitabında da tesbit etmekteyiz[7].

Diğer İslâm matematikçileri gibi Takîyüddîn de negatif sayıları söz konusu etmemiş ve ifadelerini retorik biçimde vermiştir. Oysa ki 16. yüzyılda Avrupa'da negatif sayı ve sembolizm vardı. Regiomontanus (1436-1476), Stifel (1486-1567), Cardano (1501-1576) alfabenin harflerini sembol olarak kullanmaya başlamışlar, Viète (1540-1630) de bu kullanımı yaygınlaştırmıştı. Simon Stevin (1548-1620), kuvvetler için tamamiyle sembolik bir notasyon kullanmış, kare yerine 2, küp yerine 3, döndüncü kuvvet yerine de 4 yazmıştı[8]. Buna benzer bir gösterimle Nicolas Chuquet'nin *Triparty...* (1500) adlı eserinde de karşılaşmaktayız[9]. Bombelli (1530-?) ve Viète negatif sayıları açık biçimde kullanmışlardı. Takîyüddîn'in risalesinden, onun Avrupa'daki bu gelişmeleri izlemediği anlaşılmaktadır.

İslâm Dünyasında hesap bilimi (aritmetik) ile cebir biliminin sınırı tam olarak çizilmemiş; cebir ve mukâbele, hesap biliminin bir dalı olarak kabul edilmişti. En genel biçimiyle, bilinenler yardımıyla bilinmeyenlerin bulunmasını sağlayan bilim dalı olarak tanımlanan hesap biliminde; Hint hesabı, çift yanlış hesabı, oran ve orantı teorilerinin yanısıra bilinmeyenin bulunması için kullanılan yollardan bir tanesi de cebir ve mukâbele idi. Böylece, cebir bilimi de hesap bilimine dahil edilmiş oluyordu. Ancak bununla da yetinilmemiş, sayının (bilinmeyenin) sonradan bulunduğu bütün problemler hesap biliminin sınırları içinde kabul edilmişti. Hattâ çizgi, yüzey, hacim gibi geometrinin konusu olan terimlere bir değer verilince, yani kendi cinsleri ile aynı birimlerle orantılı olunca, bunların oluşturduğu geometri problemleri de hesap problemleri kapsamına alınmıştı. Bu yüzden İslâm matematikçileri arazi ölçümünü (mesaha) de geometrinin konusu olarak düşünmemişler,

[7] Bakınız; Melek Dosay, *Kerecî'nin "İlel Hesâb El-Cebr ve'l-Mukâbele" Adlı Eseri*, Atatürk Kültür Merkezi Yayını, Ankara 1991.

[8] Carl Boyer, *A History of Mathematics, 1968, s. 350.*

[9] Carl Boyer, *A.G.E.*, s. 305.

hesap biliminin bir dalı olarak kabul etmişlerdi. Bunun neticesinde, bütün hesap kitaplarına birer de "mesaha" bölümü ilave etmişlerdi[10].

Miras problemlerinde mirasçıların hisselerinin düzeltilmesi de hesab ile ilgili olduğundan, "ferâiz" bölümü de hesab biliminin dallarından kabul edilmiş, hibe ve vasiyetle ilgili konuları ele alan "devr ve vesâya" hesabı bölümü de ilâve edilmişti[11].

Hesab problemlerinin çözümü için kullanılan yollar da genellikle dört oran, çift yanlış, cebir ve mukâbele idi. Yalnızca cebir ve mukâbele hesabı, çift yanlış hesabı ile ilgili kitaplar yazıldığı gibi, hesab işlemlerinden bahseden hesab kitapları da yazılmıştı[12]. Takîyüddîn'in de burada incelenen yazısının içeriği cebir olarak belirlenmiş olmakla birlikte, gördüğümüz gibi yalnızca üçüncü bölümde denklem çözümleri incelenmiştir. Şu halde, Takîyüddîn'in de kendisinden önceki İslâm geleneğini sürdürerek, cebiri hesab bilimi kapsamında mütalaa ederek, hesab biliminin alanının genişletilmesine katkıda bulunduğu neticesine varmak makûl gibi görünmektedir.

Kitâb el-Nisâb el-Müteşâkele (Sayıların Oranı)

Bismillahirrahmanirrahim,

Allah'a şükürler olsun. O'na sayılamayacak kadar hamd olsun. Salât-ü selâmım yüce Peygamberimize ve onun yakınlarınadır. Bu risale, cebir ve mukâbele ilmi hakkındadır. Onu, hatırlanmam için yazdım. Allah dilerse, ona başlarım. Bu risaleyi, bir giriş, üç bölüm ve bir sonuç kısmı olmak üzere hazırladım. Allah doğru ve güzel netice için yardım eder.

Giriş: Teknik Terimlerin Açıklanması.

Cezr (kök)'de c harfi fethe ile ve z harfi de kesre ile gösterilir. kendi kendisiyle çarpılma özelliği bulunan belirsiz sayıya *kenar* da, *şey* de denir. Özel bir yöntemle farz edilen değerle çarparak bilinene ulaşmak için bilinmeyen mağlum farz edilir. Bu nedenle elde genel ve özel kökler vardır. Böylece bunlar bilinmeyen faraziyeleri sağlar ve her biri kendi kendisiyle

[10] Örneğin Hârezmî için bakınız; *Al-Khwârazmî's Algebra*, Pakistan Hijra Council, Islamabad 1989, s. ٢٣

[11] Hârezmî'nin "devr ve vesâya" bölümü için bakınız; *Al-Khwâraz-mî's Algebra"*, Pakistan Hijra Council, s. ٤٢

[12] Salih Zeki, *A.G.E.*, s. 48-50.

çarpılır. Faraziye eğer bilinirse *kök* olur, ve kendi kendisiyle çarpılır. Faraziye bilinmeyen ise *şey* olur, ve kendi kendisiyle çarpılmaz. *Kök* veya *şey*'in kendi kendisiyle çarpımından *mâl* (kare) elde edilir[13]. *Muka''ab* ve *ka'b* eş anlamlıdır, şimdiye kadar geçen terimlerin kuvvet açısından en büyüğüdür. *Kök*'ün *kare* ile çarpılmasından elde edilir[14]. Bu üç çeşit (terim) asıl kuvvetler olarak belirlenmiştir. *Mâl mâl, ka'b*'ın en küçük kenar ile, yani *kök* ile çarpımından meydana gelir, *mâl*'in kendi kendisiyle çarpımıdır da[15], çünkü *mâl, ka'b* ve *kök* arasındaki orantının orta terimidir[16]. Bu bilimde buna bilinmeyenlerin bulunması denir. *Mâl el ka'b, mâl mâl*'in *kök* ile çarpımından elde edilir[17]. *Ka'b el ka'b, mâl el ka'b*'ın *kök* ile çarpımından elde edilir[18]. (Bu terimlerden) her çeşitin kendisinden önce gelene oranı, kendisinden sonra gelenin kendisine oranına eşittir[19]. Ve böylece devam eder. Bu çeşitler (terimler) arasında toplamayı ifade etmek için, terimlerin kuvvetlerinin toplamı söylenir. Bütün bu kuvvetler ister çarpma ile büyütülmüş olsun, isterse çarpma yolu ile küçültülmüş kesirlerle elde edilmiş olsun, toplanırlar.

Eğer kök yarım olarak farz edilirse, karesi çeyrek, kübü sekizde bir, dördüncü kuvveti sekizde birin yarısı, beşinci kuvveti sekizde birin çeyreği, altıncı kuvveti sekizde birin sekizde biri olur ve bu prensibe göre böylece devam eder[20]. Bu özellik, tabii sayılar dizisindeki mevcut bütün terimler için söz konusudur. Kök bir, kare iki, küp üç olur, bu hesap üzere altıya kadar devam eder. Mâl mâl olduğunda dört, mâl el ka'b beş, ka'b ka'b altı olur, ve böyle devam eder[21].

[13] $x.x=x^2$
[14] $x^2.x=x^3$
[15] $x^3\,x=x^4=x^2\,x^2$
[16] $x/x^2=x^2/x^3$
[17] $x^4\,x=x^5$
[18] $x^5\,x=x^6$
[19] Örneğin, $x^2/x=x^3/x^2$
$=x^4/x^3=\ldots$
[20] $x=1/2$ ise,
$x^2=1/4$
$x^3=1/8$
$x^4=(1/8)(1/2)$
$x^5=(1/8)(1/4)$
$x^6=(1/8)(1/8)$
[21] $x=1$
$x^2=2$
$x^3=3$
$x^4=4$

Terimlerin bu kuvvetlerinin temelindeki prensibi öğrenmek isterseniz, sayıların basamaklarını bilin ve onları iki ile, üç ile, on'a kadar bölün, bu bölümleri toplayın veya yineleyin. Yedinci kuvvet için mâl mâl ka'b[22] ve sekizinci kuvvet için mâl ka'b ka'b olur. Burada, mâl dört defa yinelenerek de sekizinci kuvvet elde edilir[23]. Dokuzuncu kuvvet için ka'b ka'b ka'b olur, ve değişik yineleme biçimiyle, üç kere mâl ve bir kere ka'b yazılarak da aynı şey elde edilir[24]. Ve böylece devam eder.

Birinci Bölüm: Hesap

Toplama: Bir cinsin kendi cinsine ilâve edilmesidir. Sayılar yazılır ve çeşitli terimler vav (و) ile toplanır. Üç şey'in dört kare ile toplamında, bu kareler belli sayıdaki şey'e vav ile bağlanır[25]. Diğerlerinde de böyle yapılır. Ancak, çıkartılma durumu ve aynı cins terimler varsa, aynı cins terimler önceki gibi toplanır ve bütünden çıkarılır. Beş kare eksi altmış ifadesinin üç kare ile toplamında, sekiz kare eksi altmış elde edilir[26]. İki tarafta toplam durumundakiler toplanır, sonra çıkartılma durumundakiler (negatifler) toplanır, çıkartılma durumundakilerin tamamı bütünden çıkartılır. Dört kök eksi beş şey ve altı kök eksi üç şey'in toplamı, on kök eksi sekiz şey olur[27].

Çeşitli cinslerin toplamına gelince, serbest biçimde bir araya gelmiş terimlerin bulunduğu ifadelerde, çıkartılma durumunda olanlar ayrılır, yalnızca bunlar toplanır, sonra bu toplam, diğerlerinden çıkartılır.

Çıkarma: sayıların azaltılmasıdır. Çeşitli cinslerin çıkartılmasında, bunlar hariç tutma (kelimesi) ile çıkartılır. Örneğin, üç şey'in dört kareden çıkarılması meselesinde cevab dört kare eksi üç şey ya da üç şey eksi dört kare olabilir[28]. Çıkartılma durumundaki terimi eşitliğin her iki tarafına ekleyin, eşitlik bozulmaz, ya da bir tarafta çıkarma yapın. Beş şey'in yedi kare eksi şey'den çıkarılmasında, toplamadan sonra ifade yedi ve altı biçimine dönüşür,

---

$x^5=5$
$x^6=6$

22 $x^2\,x^2\,x^3=x^7$

23 $x^2\,x^3\,x^3=x^2\,x^2\,x^2\,x^2=x^8$

24 $x^3\,x^3\,x^3=x^2\,x^2\,x^2\,x^3=x^9$

25 $3x+4x^2$

26 $5x^2-60+3x^2=8x^2-60$

27 $4\sqrt{x}-5x+6\sqrt{x}-3x=10\sqrt{x}-8x$

28 $4x^2-3x,\ 3x-4x^2$

çıkarma işareti gelir ve çıkarmadan sonra yedi kare eksi altı şey kalır[29]. Dört kare eksi iki dirhemin beş küp eksi üç şey'den çıkarılmasında, ifade dört kare ve üç şey'in beş küp ve iki dirhemden çıkarılmasına dönüşür[30].

Çarpma: Birleştirme (arttırma) çabası. İki çarpandan birinin çarpıma oranı, bir'in diğer çarpana oranına eşittir[31]. Müfred sayıların çarpımında sayılar ayrılır ve çarpım neticesinde terim elde edilmez (sayı elde edilir). İki çarpandan biri sayı ve diğeri bir terim cinsindense, önceki gibi çarpma yapılır, çarpımın cinsi bu terim cinsinden olur. Dört'ün iki kök ile çarpımı sekiz kök verir[32]. Diğer terimlerle de aynı şekilde yapılır. Eğer iki tane müfred kök olsaydı, sonuç yine önceki gibi olurdu ve neticenin kuvvetini çarpanların kuvvetlerinin toplamı belirler. Eğer iki çarpan da mürekkep ya da biri mürekkep olursa, bir çarpandaki her cins terimi diğer çarpandaki terimlerle birer birer çarpın ve her çarpımın cinsini belirleyin, bütün neticeleri toplayın, elde edilen istenendir. Beş ve iki şey'in, altı ve üç şey ile çarpımında, beş'i altı ile çarparız, otuz olur. Sonra, beş'i üç şey ile çarparız, onbeş şey olur. Sonra, iki şey'i altı ile çarparız, oniki şey olur. Sonra, iki şey'i üç şey ile çarparız, altı kare olur. Bunları toplarız, otuz ve yirmiyedi şey ve altı kare elde edilir[33]. Bu, doğrudur. Burada çıkarma olması durumunda, kaide şudur: kendisinden eksiltme yapılan pozitif, çıkartılan negatif olur. Pozitif ile pozitifin çarpımı ve negatif ile negatifin çarpımı pozitif olur. İkisinden birinin diğeri ile çarpımı negatif olur[34]. Bunu anladıysanız, önceki gibi çarpma işlemini yapın ve negatifi pozitiften çıkartın, cevabı bulursunuz.

Beş eksi iki şey ile altı eksi üç şey'in çarpımında, önceki örnekteki gibi çarparız, sonra toplarız ve negatifleri çıkartırız. Otuz ve altı kare eksi yirmiyedi şey bulunur[35]. Beş artı şey ile on eksi şey çarpımında, beş'in on ile çarpımından elli gelir, beş'in şey ile çarpımından beş şey noksan, ve şey'in on ile çarpımından artı on şey, şey'in şey ile çarpımından eksi mâl gelir. Artı on şey'den eksi beş şey'i çıkartırız, ve kare de çıkartılır. Netice elli artı beş şey

[29] $(7x^2-x)-5x=7x^2-6x$
[30] $(5x^3-3x)-(4x^2-2)=(5x^3+2)-(4x^2+3x)$
[31] Örneğin 2.3 çarpımında, 2/6=1/3 dür.
[32] $4.2x=8x$
[33] $(5+2x)(6+3x)=30+15x+12x+6x^2=30+27x+6x^2$
[34] $(+).(+)=(-).(-)=+$
$(+).(-)=-$
[35] $(5-2x)(6-3x)=30+6x^2-27x$

eksi kare bulunur[36]. Bir'den küçük kesirli terimlerin tam sayılı terimlerle çarpımı da tam terimlerin çarpımı gibi olur. Çarpım neticesinin kuvveti her iki ifadenin kuvvetlerinin farkıdır[37]. Burada fark alınır ve şey sayıya dönüşmez. Bunun için kesin biçimde yapılmış bölmeye ihtiyacınız olduğunu biliniz.

Bölme: Müfred ifadenin müfred ifade ile bölümünde üç grup söz konusudur. İlki, bir cinsin kendi cinsine bölümüdür. Bölme neticesinde bu cins elde edilmez, çünkü bölümün kuvveti (üssü), kuvvetlerin farkıdır ve burada kuvvetlerin farkı söz konusu değildir (sıfırdır). Bölünen daha büyükse, bölüm sayı olarak; bölene eşit ise bir olarak bulunur; bölünen daha küçük ise, kesir olarak elde edilir.

İkincisi, bölünenin kuvvetinin bölenin kuvvetinden daha büyük olduğu bölme grubudur. Bölümün cinsi kuvvetlerin (üslerin) farkı ile bilinir. Bölüm birincide olduğu gibi bulunur. Altı küp'ün iki kare'ye bölümü üç kök, ve altı küp'ün dokuz kare'ye bölümü 2/3 kök verir[38].

Üçüncüsü, bölünenin daha küçük kuvvete ve bölenin bundan daha büyük kuvvete sahip olduğu bölmedir. Bölümün kuvveti, kuvvetlerin farkıdır, ancak bu fark bölen tarafına yazılır. Bölüm yine birinci grupta olduğu gibi bulunur. Beş kare'nin beş küp'e bölümünde, paydada kök bulunur[39]. Sekiz kök'ün iki küp'e bölümünde dört bölü kare bulunur[40]. Sekiz kök'ün oniki mâl ka'b'a bölümünde iki bölü üç mâl mâl elde edilir[41].

Bu mesele böylece incelendi. İbn Hâim ve diğerleri bu konuda bir şey söylememişlerdir. Bu ifadeye göre düşünmek faydalı olmadığından ve buna göre işlem yapılamadığından, eskilerin de teyid ettiği gibi, bölmenin doğruluğunun ispatı (sağlaması) çarpmadır.

Müfred ifadenin ya da mürekkep ifadenin mürekkep ifadeye bölünmesine gelince, bunun iki yolu vardır. Meşhur altı problem anlatılmadığından, burada vermeye gerek yoktur. Allah en iyi bilendir.

[36] $(5+x)\ (10-x)=50-5x+10x-x^2=50+5x-x^2$
[37] Örneğin, $a^3\ (1/a^2)=a^{3-2}=a$
[38] $6x^3/2x^2=3x$ ve $6x^3/9x^2=(2/3)x$
[39] $5x^2/5x^3=1/x$
[40] $8x/2x^3=4/x^2$
[41] $8x/12x^5=2/(3x^4)$

İkinci Bölüm: Kurallar Üzerine

Cebir: Bir'in bulunacak miktara (bilinmeyene) oranının eldeki kesrin bir'e oranına eşit (lenmesi ile kurulacak) orantı yardımıyla (eşitliğin çarpılması gereken) miktarın bulunmasıdır[42]. Bir, bu orantıda orta terimdir. Bir'i eldeki kesire böldüğünüzde, bir'den daha büyük bir sayı çıkar, bu sayıyı eldeki kesir ile çarptığınızda yine bir elde edilir[43]. Bunun ispatı, orantının orta terimlerinin çarpımının, yan terimlerin çarpımına (ortalar-yanlar çarpımı) eşit olmasına dayanır. Dörtte üç, bir tam bir bölü üç'e neden olur, ve bu payda ile çarpılarak yine müfred kesire dönüştürülür[44].

Başka bir yol: Eldeki kesir ile bir arasındaki farkı bulun. Bu farkı kesire oranlayın ve bulduğunuzun eldeki kesire oranını bir'e ekleyin. kesir ve bir arasındaki fark dörtte bir'dir. Bunun kesire oranı 1/3 eder, bunu miktara ekleyin, $1\frac{1}{3}$ bulunur, cevap budur[45].

Hat: Aranan miktarın bir'e oranı, bir'in küçültmek istediğiniz bir'den büyük sayıya oranına eşit (lenmesi) işlemidir[46]. $1\frac{1}{3}$'ün hat işleminde 3/4 bulunur, bu, bir'in $1\frac{1}{3}$'e bölümünden çıkandır.

Başka bir yol: Küçültülecek sayı ile bir arasındaki farkı bulun, bunun küçültülecek sayıya oranını bir'den çıkarın, kalan istenendir[47].

Burada mukâbele işlemi de görülür. Cebirsel veya çizgisel (lineer) bir nicelik, eşitlikteki bütün terimler ile çarpıldığında, durum değişmez ya da eşitliğin terimlerinde, *cebir* ile bir'e tamamlamak için çarpılan miktar kadar artma, veya *hat* işlemiyle bir'e indirmek için eksiltme yapılan miktar kadar azalma olur. Bunun başka bir anlamı daha vardır, bu, eşitliğin bir tarafında

[42] $1/x=c/1$

[43] $1/c=a,\ a.c=1$

[44] $\frac{1}{\frac{3}{4}}. = \frac{x}{1} \qquad x=4/3=1$

[45] $1-(3/4)=1/4, \qquad (1/4)/(3/4)=1/3, \qquad 1+(1/3)=1\frac{1}{3}$

[46] $x/1=1/c\ (c>1),\ x/1=1/1\frac{1}{3}, \qquad x=3/4$

[47] $(4/3)-1=1/3, \qquad (1/3)/(4/3)=1/4, \qquad 1-(1/4)=3/4$

ya da iki tarafında da çıkarma işleminde olduğu gibi kesirin artırılması veya eksiltilmesidir.

Eğer orantı konusunda size sunulanları öğrendiyseniz, eşitliklerde mukâbele ile birlikte *cebir* veya *hat* işlemini yapmak sizin için kolay olacaktır. Örneğin, şey ve şey'in dörtte biri ile altıda biri 87 (1/2)'ye eşit olsun. Sayıların oranından, şey'in 87 (1/2)'ye oranının 24/25'e eşit olduğunu buluruz. İçler-dışlar çarpımından ve bir tarafı diğer tarafa bölerek, cevap olarak 84 buluruz[48]. Bu, *hat* işlemidir. Cebir de bunun aksidir.

Üçüncü Bölüm: Cebir Problemleri

Her biri iyice incelenmiş altı tip (denklem) vardır. Orantı yardımıyla bilinmeyenlerin bulunması ve bu yolların artırılması mümkündür. Bu altı tipten üçüne "müfred denklemler" (yalın denklemler) denir; bu çeşit denklem tiplerinde (x ve x^2'li) terimler, veya terim ve sayı arasında eşitlik kurulur.

İlki, kare miktarın köklü terime eşit ($ax^2=bx$) olduğu denklem tipidir.Burada, kök katsayısı (b), karenin katsayısına (a'ya) bölünür. Örneğin, üç mâl'in oniki şey'e eşit olması durumunda ($3x^2=12x$ eşitliğinde), bu bölme ile dört bulunur. Bulunan bu dört, bilinmeyenin değeridir. Kare onaltı olur. Üç kare kırksekizdir, kırksekiz ise, onikinin dört ile çarpımına eşittir[49].

İkincisi, kare miktarın sayıya eşit ($ax^2=c$) olduğu denklem tipidir. Burada da sayı, kareli terimin katsayısına bölünür. $3x^2=12$ örneğinde, kare dört bulunur. Üç kare ise oniki olur[50].

48 $x+x\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\right)=87(1/2)$

$x(1+1/24)=87(1/2)$

$24/25=x/87(1/2)$

$$\frac{24\cdot\frac{175}{2}}{25}=84=x$$

49 $3x^2=12x$

$x^2=4x$

$x=4$

$x^2=16$

$3x^2=48$

$48=12.4$

50 $3x^2=12$

Üçüncüsü, köklerin sayıya eşit (bx=c) olduğu denklem tipidir. Buradaki yol, sayının (c'nin) kök katsayısına (b'ye) bölünmesidir. Örneğin, 3x=12 denkleminde, kök dört bulunur. Kökün üç katı oniki olur[51]. Bölen bir olduğunda (yani, kök katsayısı bir olduğu zaman), bu bölme işlemini yapmaya ihtiyaç yoktur, eşitlik doğrudan çözümü verir.

Mukterinat (katışık denklemler) da üç çeşittir. Bu denklemlerde, terimlerden biri diğer ikisine eşittir (eşitliğin bir tarafı mürekkeptir).

İlki, kare ve kökler toplamının sayıya eşit ($ax^2+bx=c$) olması halidir. Çözümü bulma kaidesi, kök katsayısının yarısının karesini sayıya ekleme, ve bunun karekökünden kök katsayısının yarısını çıkartma şeklindedir. Kalan, istenendir, yani kökdür[52]. Bunun örneği, $x^2+10x=24$ denklemidir. Kök iki, ve kare dört, on kök ise yirmi bulunur. Kare ve on kökü toplamı yirmidört elde edilir[53].

İkinci mukterinat, kare ve sayı toplamının köklere eşit ($x^2+c=bx$) olmasıdır. Burada çözüm şartı, $c<(b/2)^2$ olmasıdır. Aksi halde problem (in çözümü) imkânsız olur. Ancak bu durumda sayıyı, kök katsayısı yarısının karesinden çıkartmak mümkündür. Sonra, elde edilenin karekökü, kök katsayısının yarısından çıkartılır, istenen çözüm bulunur[54]. Buna örnek, $x^2+16=10x$ denklemi verilebilir. Kök iki, kare dört bulunur. Kare ve onaltı toplamı yirmi, yani on kök olur[55].

Üçüncü mukterinat, karenin kök ve sayı toplamına eşit ($x^2=bx+c$) olmasıdır. Buradaki kaide, kök katsayısı yarısının karesinin sayı ile toplanıp, bu

---

$x^2=4$
$3x^2=12$
[51] $3x=12$
$12/3=4=x$
$3.4=12$

[52] $x = \sqrt{(b/2)^2 + c} - (b/2)$

[53] $x^2+10x=24$
$x=2$, $x^2=4$ ve $10x=20$
$x^2+10x=4+20=24$

[54] $x = (b/2) - \sqrt{(b/2)^2 - c}$

[55] $x^2+16=10x$
$x=2$
$x^2=4$
$x^2+16=4+16=20=10x$

toplamın karekökünün kök katsayısı yarısına ilâvesidir, bu şekilde kök elde edilir[56]. Buna örnek, $x^2=4x+5$ denklemidir. Kök beşdir[57].

Uyarı: Mukterinattaki işlemler, x^2'nin katsayısının bir yapılmasına dayanır. x^2'nin katsayısı birden küçük olduğu zaman bire dönüştürün. Birden büyük olduğu zaman da bire indirin.

Cebir ve hat hesabında pratiğini yaptığınız üzere, elinizde kalan ile doğru biçimde hangi işlemin yapılacağı muhakkak bellidir. Sonra, elde edilen sayı ile üçüncü kaideyi doğru olarak uygularsınız.

Cebirin örneği: $(3/4)x^2+10x+(1/2)x=24$ denkleminde, x^2'nin katsayısını bir'e dönüştürmek için, kareli ve köklü terimleri ve onların eşiti olan sayıyı $1\frac{1}{3}$ ile çarparız, bu mukâbele anlamına da gelir. Denklem, $x^2+14x=32$ biçimine dönüşür. Bu işlemden sonra, dördüncü meselenin (çözüm) kaidesine göre $x=2$ buluruz. $x^2=4$ ve $(3/4)x^2=3$, $\left(10\frac{1}{2}\right)x=21$ elde edilir. $x^2+\left(10\frac{1}{2}\right)x=24$ sağlanır.

Hat işleminin örneği: $2\frac{1}{4}x^2+7\frac{1}{2}x=24$ denkleminde, $2\frac{1}{4}x^2$ kesiri 4/9 ile çarpılarak x^2'ye dönüştürülür. Denklemdeki bütün terimler de aynı kesir ile çarpılarak, $x^2+3x+(1/3)x=10\frac{2}{3}$ denklemi elde edilir. Cebir örneğinde de geçen bu işlemden sonra, $x=2$ bulunur. $x^2=4$ ve $2\frac{1}{4}x^2=9$, $7\frac{1}{2}x=15$ elde edilir. Hepsi birden (yani, $2\frac{1}{4}x^2+7\frac{1}{2}x$) 24'e eşit çıkar.

Cebir ve hat işlemlerinin müfred denklemler için de geçerli olduğunu biliniz. Bunun örneğini devr problemleri arasında buluruz. Kaplumbağa, güvercin ve bir top kumaş alınsın. Kaplumbağanın ederi=(güvercinin ederi/2)+15, güvercinin ederi=(kumaşın ederi/4)+15, kumaşın ederi=(kaplumbağanın ederi/5)+15 olsun. Bunların her birinin ederi ne kadardır? Kaplumbağanın ederi=x olsun. Bundan 15'i çıkartalım, sonra iki katını alalım, iki şey eksi otuz elde edilir, bu güvercinin ederi olur. Bundan

[56] $x = (b/2) + \sqrt{(b/2)^2 + c}$

[57] $x^2=4x+5$

$x=5$

15'i çıkartırız, iki şey eksi 45 kalır, bunun dört katını alırız, sekiz şey eksi 180 bulunur. Bu, kumaşın ederi olur. Bundan 15 çıkartılır, sekiz şey eksi 195 kalır, bu kaplumbağanın ederinin beşte birine eşittir. Mukâbele işleminden sonra, $7\frac{4}{5}x = 195$ şekline dönüşür. Üçüncü müfredata göre, sayıyı x'in katsayısına böleriz, bunun için önce tam sayılı kesiri tekrar kesir haline dönüştürürüz ve her iki tarafı bu kesire böleriz. Bu işlem başka bir çeşit cebir ve mukâbeledir. Bölmeden 25 çıkar, ve bu, kaplumbağanın değeridir. Bundan 15'i çıkartırız, geriye 10 kalır, bunun iki katını alırız, 20 eder, bu, güvercinin ederidir. Bundan 15'i çıkartırız, 5 kalır, bunun dört katı kumaşın değerini verir, bu ise 20'dir. Bundan 15 çıkartılırsa, 5 kalır ve bu kaplumbağanın değerinin beşte biridir[58]. Buna benzer örnekler de böyle hesaplanır.

Bu altı meselenin çözüm kaidelerine dahil olduğu zaman, devr problemlerinin çözümünde de pratik işlemlere ve konunun sağlam bilgisine ihtiyaç vardır. Üç denklem oluşturmak üzere, elmas, yâkut ve lâl olsun. Elmasın ederinin üçte birinin 100'den farkının yâkutun ederi, yâkutun ederinin yarısının 100'den farkının lâlin ederi, ve lâlin ederinin dörtte birinin 100'den farkının elmasın ederi olduğu söylenmektedir[59]. Elmasın ederini x ile gösterelim. Bunun üçte birini 100'den çıkartalım, 100-(x/3) ifadesi kalır. Bunun yarısını 100'den çıkartalım, 100-(1/2)(100-x/3), 50+x/6 kalır. Bunun dörtte birini 100'den çıkartalım, 100-(1/4)(50+x/6), $87\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\frac{x}{6} = x$ bulunur. Mukâbele işlemi yaparak negatif ifadeyi eşitliğin öbür tarafına geçiririz, $87\frac{1}{2} = x + \frac{1}{4}\frac{x}{6}$ elde edilir. Sonra bunlarla hat işlemi ve çıkarma yaparız,

[58] x-15
2(x-15)=2x-30= güvercinin ederi
2x-30-15=2x-45
4(2x-45)=8x-180= kumaşın ederi
8x-180-15=8x-195=x/5, $7\frac{4}{5}x = 195$, (39/5)x=195
x=(5/39).195=25= kaplumbağanın ederi

[59] 100-(elmasın ederi/3)=yakutun ederi
100-(yakutun ederi/2)=lâlin ederi
100-(lâlin ederi/4)=elmasın ederi

$x=84$=elmasın ederi bulunur. Devr'i bitirmek için, yakutun ederi=72 ve lalin ederi=64 bulunur. İstenen de buydu.

25-15=10
10.2=20 =güvercinin ederi
20-15=5
5.4=20=kumaşın ederi
20-15=5=1/5 kaplumbağananı ederi

Sonuç: Bu Bilimin Sırlarının Açığa Vurulmasını Tayin Eden Geçerli Cebir Problemleri Grubu

Mesele: Bir sayının üçte biri ile dörtte birinin çarpımı, sayının yarısını vermektedir. Sayı x olsun. Bu durumda $(x/3).(x/4)=(1/2)(1/6)x^2$ olur. Çünkü, kesirli x ile kesirli x'in çarpımı daha da küçültülmüş x^2 verir. Böylece, $(x^2/12)=x/2$ elde edilir. Cebir işlemiyle, kesirli x^2'yi tam sayılı x^2'ye dönüştürürüz. Bunun için, oniki ile çarparız, bu çarpımla, eşitlik $x^2=6x$ şekline dönüşür. Şeyleri mâl'e böleriz ve $x=6$ bulunur. Bunun üçte biri ile dörtte birinin çarpımı, altının yarısını verir[60].

Örnek: Kare (bir sayının) üçte biri ile dörtte birinin çarpımı 3 yapmaktadır. Kare (sayı) x olsun. daha önce geçtiği üzere, $(x/3).(x/4)=(1/2)(1/6)x^2=3$ bulunur. 12 ile çarparak cebir işlemi yaparız. $x^2=36$ bulunur. bunun karekökünü alırız. $x=6$ elde edilir[61].

Tenbih: Ancak bu kökü alırız, çünkü bölüm müfred karedir, ve bu neticeyi değiştirmez, bölüm sonucu kare otuzaltı olur. Bunun karekökünü alırız, çünkü sayı ona bağlıdır.

Mesele: On sayısını iki kısma bölün ve kısımların her birini kendi kendisiyle çarpın ve bunları toplayın, 68 bulunur. Kısımlardan biri 5+x ve diğeri de 5-x olsun. Bunların karelerini alıp toplayalım, $2x^2+50=68$ bulunur.

[60] $(x/4).(x/3)=(1/2)(x^2/6)=\frac{x}{2}$
$(x^2/12)=x/2$
$x^2=6x$
$x=6$

[61] $(x/3).(x/4)=(1/2)(1/6)x^2=3$
$x^2=36$
$x=6$

Müşterek terimleri çıkartırız, $2x^2=18$ kalır, $x^2=9$ ve $x=3$ bulunur. Bunu, beşlerin birinden çıkartırız, 2 kalır. Ve diğer beşe ilâve ederiz, 8 olur[62]. Bunlar on sayısının kısımlarıdır.

Mesele: Bir kare (sayıdan) üçte biri ve üç sayısı çıkarıldığında, 20 kalıyor. Kare (sayıyı) x ile gösterelim. Bundan üçte birini çıkarttığımız zaman, $(2/3)x$ kalır. Bundan da 3 sayısını çıkartırsak, $(2/3)x-3=20$ elde edilir. 2/3, 3'den ayrılır (serbest bırakılır) ve mukâbele işlemi ile 3, 20'ye eklenir, 23 elde edilir, bu $(2/3)x$'e eşittir. x'in katsayısı 1 yapılarak, $34\frac{1}{2}$ elde edilir. İstenen de buydu[63].

Bu konu ile ilgilenenler için bu kadar bilgi yeterlidir. Başarı Allah'dan gelir. Allah'a şükür. Risale bitti.

The Algebra of Taqî al-dîn

In this paper, the Arabic text written by Taqî al-dîn is presented together with its Turkish translation. The Arabic text is based on the manuscript preserved in Oxford, I.881, 3 1. Taqî al-dîn had written this short treatise in 918 H. It is composed of a preface, three chapters, and a conclusion section.

He has studied the technicalities as *jadhr* (to express x), *mâl* (to express x^2) in the preface. The elementary operations by the algebraic expressions are explained in the first chapter. Second chapter is about the methods of

62 $(x+5)^2=x^2+10x+25$
$(x-5)^2=x^2-10x+25$
$(x+5)^2+(x-5)^2=2x^2+50=68$
$2x^2=18$
$x^2=9$
$x=3$
$x+5=8$
$5-x=2$

63 $x-(x/3)=2x/3$
$(2x/3)-3=20$
$(2/3)x=23$
$x=(3/2).23$
$x = 34\frac{1}{2}$

finding the unknown. One of these methods is "jabr". Simple and mixed equations called as famous six problems, are studied by giving examples, and the operation of *jabr* is applied to the problems of *dewr* in the third chapter. At its conclusion there are several kinds of algebraic problems.

As a result, in this short treatise, the algebra is contained in the arithmetic, so Taqî al-dîn has contributed to the enlarging the field of arithmetic.

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمدُ للّه الاحد. حمداً لا تحصيه مراتب العدد. و الصّلاة و السلام على سيّد الانام

و على آله و اصحابه الكرام و بعد فهذه رسالة في علم الجبر و المقابلة. ألّفتها

تذكرة لنفسي و لمن شاالله من بعدي. و رتبّتها على مقدّمة و ثلاثه ابواب و خاتمه

و الله الموفق للصوّاب و حُسن الخاتمة المقدمة في بيان الاصطلاحات

الجذر بفتح الجيم و كسرها ثم ذال معجمة عدد من شأنه ان يضرب في نفسه و سمّي بالضلع

ايضاً الشيء. جملة من العدد مجهولة تفرض معلومة لتتوصّل بالضرب في فرضها على وجه مخصوص

الى معلوم. و بينه و بين الجذر عموم و خصوص من وجه. تصدقان في فرضها مجهولين و ضرب

كل منهما في نفسه. و تصدّق الجذر اذا فرض معلوماً و ضرب في نفسه. تصدّق الشيء

إن افرض مجهولةً ولم يضرب في نفسه. المال هو حاصل مضروب كل من الجذر او الشيء

في نفسه. المكعب و الكعب مترادفان عند الاكثر و هما ما حصل من ضرب الجذر في المال.

و هذه الانواع الثلاثة تعرف بالمنازل الاصلّيه. فمال المال هو حاصل ضرب المكوّب

في ضلعه الاصغر اى الجذر و هو كضرب المال في نفسه لانّ المال وسط في النسبة بين الجذر و الكعب

و هو سمّي استخراج المجهولات في هذا العلم. مال الكعب هو الحاصل من ضرب مال

المال في الجذر. كعب الكعب هو حاصل مضروب مال الكعب في الجذر و نسبة كل نوع الى ما تحته

كنسبة ما فوقه اليه فقس على ذلك. اذ احتيجت الى الزيادة و بين الانواع و ما بعدها يسمّي بالمنازل

الفرعيه اقول و هذه المنازل كلّها مرفوعات اى سكثر بالضرب و تجوز فرضها في

كلها الكسور فتغط بالضرب. فاذا فرض الجذر نصفاً فالربع ماله و الثمن كعبه و نصف الثمن مال ماله و ربع الثمن مال كعبه و ثمن الثمن كعب كعبه. و قس على ذلك. الأسّ هو محل كلّ نوع من منزلته الوجودية في ترتيب الاعداد الطبيعية. فالجذر واحد و المال اثنان و الكعب ثلاثه و مما تكون نقطة تكرّراً سته بحسب ذلك هكذا اذا اضف فلمال المال اربعة و لمال الكعب خمسة و لكعب الكعب ستة و قس على ذلك. و ان اردت معرفه الأسّ من النوع فاعرف منزلته العدديّه و اقسمها باثنين و ثلاثه بالغاً ما بلغ و عشرها بتلك الاقسام اضافه او تكريراً او بهما فيقع في المرتبة السابعه مال مال كعب و في الثامنه مال كعب كعب و توذ فيه مال مكرّر اربع مرات و الاوّل اولى و في التاسعه كعب كعب كعب و ان جاز التغيّر بتكرير المال ثلاثة و أفراد الكعب و قس على ذلك.

الباب الاول في الحساب

الجمع امّا جمع النوع الى مثله فكتاب الاعداد و جمع المختلف بالواو و فجمع ثلاثه اشيا الى اربعة اموال عطف عده الاموال على عدة الاشيآ بالواو كذا غيره. و امّا ما فيه استثنا و هو متفق النوّع ان كان في جانب واحد فاجمع الصحيح كما تقدم و استثني من الجملة. و في جمع خمسة اموال الا ستّين الى ثلاثه اموال اكمله ثمانيه اموال الا ستّين. و ان كان في الجانبين فاجمع التامّ ثم المستثني و استثني الجملة من الجمله كاربعة جذور الا خمسة اشيآ و ستة جذور الا ثلاثة اشيا الجمله عشرة جذور لا ثمانية اشيآء. و امّا مختلف النوّع فبالعطف مطلقاً ان اختلف المستثني و الا فجمع المستثني فقط ثم استثناء الجمله من المعطوف الطرح اما المتفق فكنائر الاعداد. و اما مختلف النوّع فطرحه بالاستثنا فقع طرح ثلاثه اشيآ من اربعة

اموال او بمكسه الجواب اربعة اموال الا ثلاثة اشيا او ثلاثه اشيا الا اربعة اموال وما فيه
استثنا فزد المستثنى على كل من الجانبين سوا كان فيهما او في احد تهما بعد الطرح. وفي طرح خمسة اشيا
من سبعة اموال الا شي تصير بعد الزيادة سته و سبعه فيزول الاستثنا و يبقى بعد الطرح
سبعة اموال الا سته اشياء. و في طرح اربعة اموال الادر تمين من خمسة اكعب الا ثلاثه اشيا
يصير اربعة اموال و ثلاثه اشيا من خمسة اكعب و در تمين فاطرح بقى خمسة اكعب و درهمان
الا اربعة اموال و ثلاثه اشيا. الضرب طلب جمل نسبة احد المضروبين اليها كنسبة الواحد
الى المضروب الآخر. فان كانا مفردين و هما عددان فكاثر الاعداد و لا يكون حاصل الضرب
منزله نوعيه. وان كان احدهما عدداً و الاخر من نوع فالحاصل كالاول و المنزله منزله ذلك
النوع فاربعة اعداد في جذرين ثمانية اجزاء. و كذا بقية المنازل. وان كانا جذرين
و هما مفردان فالحاصل ايضاً فما بق و المنزله المجموع اسمهما وان يكونا مركبين او احدهما
فاضرب كميه كل نوع من المضروب في كمية سائر انواع المضروب فيه واحداً بعد واحد واعرف
فكل حاصل بجنسه. واجمع كمية جملة الحواصل يبق المطلوب وقع ضرب خمسة اعداد و شيئين في ستة
اعداد و ثلاثة اشيا ضربنا خمسة في ستة بثلاثين عدداً ثم في ثلاثة اشيا لخمسة عشر شيا. ثم
ضربنا شيئين في ستة اعداد باثني عشر شيا ثم في ثلاثة اشيا بستة اموال. و جمعنا ذلك و كان
ثلاثين عدداً و سبعة و عشرون شيا و ستة اموال و ان حق ذلك. استثنا فله قاعدة
و سمى[1] عن المستثنى منه بالزايد و عن المستثنى بالناقص و ان الحاصل من ضرب الزايد
في الزايد و الناقص في الناقص زايد و من ضرب احدهما في الاخر ناقص. و اذا علم

1. Buradaki kelime okunamamıştır, النقيه [illegible] bir kelime gerekmektedir.

ذلك فاضرب كما سبق و أسقط الناقص من الزايد يلق الجواب وفي ضرب
خمسة الا شيين في ستّة الا ثلاثه اشيا ضربنا كالمثال السّابق ثم جمعنا و استثنا الناقص
وكان ثلاثين و ستة اموال الا سبعة و عشرين شيا. و في ضرب خمسة وشي في عشرة الا
شي خمسة في عشرة خمسين و في شي خمسة اشيا ناقص و بشي في عشرة بعشرة اشيا زايد
و في شي بمال ناقص فنذهب من العشرة اشيا الزايدة خمسة ناقصة مقاصة و نستثني المال
الناقص و نقول الحاصل خمسون عدداً و خمسة اشيا الا مالاً. و امّا ضرب الانواع
المنحطه في المرفوعة وكما مر في ضرب المرفوعات. و جنس حاصل الضرب فضل الاسين
في ايّ جانب. كان الفضل له و ان لم يبق شي رجع الى عدد فاعرف ذلك فانك تحتاجه
في القسمة كما متحققه القسمة. اما المفرد على المفرد فعلى ثلاثه مراتب الاولى
قسمة النوع على مثله ولا نوع لخارجها لانّ اسّ خارج القسمة فضل اسّيها ولا فضل في
النما أسّ فهو عددٌ. اذ كان المقسوم اكثر و واحدٌ ان ساووا. و كسرٌ ان نقص عنه.
الثانية قسمة النوع الأعلى على ادنى منه و نوع الخارج يعرف بأسّ فضل الاسين وخارجها
كالاولى ستّة كعاب على مالين بثلاثه جذور و على تسعة اموال بثلثي جذر.
الثالثه قسمة نوع ادنى على أعلا منه فاسّ خارج قسمة الفضل لكن في جانب الانحطاط و الخارج
كالاولى ايضاً. وفي قسمة خمسة اموال على خمسة كعاب جزء مخط و في قسمة ثمانية جذور على كعبين
باربعة اموال مخط و على اثني عشر مالا كعب بثلثي مال مال مخط و هذا هو التحقيق.
لا ما قاله ابن الهائم و غيره الجواب هو السؤال اذ لا طايل تحت هذه العبارة تصوّراً و لا عملا

وتؤيد ما قدمناً. الضرب اذ هو برهان صحة القسمة واما قسمة المفرد او المركب على مركب عدتين المسائل ولا يحتاج من يعتقد بالمسائل الست المشهورة والله اعلم

الباب الثاني في القواعد

الجبر استخراج مبلغ نسبة الواحد اليه كنسبة الكسر الذي تريد جبره الى الواحد فالواحد وسط في النسبة. فاقسمه على الكسر يلحق العدد اكثر كالذي اذا ضربته في الكسر عاد واحداً القيام البرهان على ان سطح طرفي النسبة كمسطح الوسط في نسبة فجبر ثلاثة ارباع بواحد وثلث وجبر الكسر المفرد بضربه في مخرجه ايضاً. طريق اخر خذ الفضل بين الكسر والواحد النسبة من الكسر وزد مثل ذلك من الواحد عليه مع ما لتا نسبتين الفضل وهو ربع الى الكسر فكان ثلثاً زدناه يبلغ واحداً وثلثاً وهو المطلوب.

الحط استخراج مبلغ نسبة الى الواحد كنسبة الواحد الى مبلغ فوق الواحد تريد حطّه. ففي حط واحد وثلث الى الواحد ثلاثة ارباع اذ هو خارج قسمة الواحد على واحد وثلث بطريق القسمة وجه اخر يتم الفضل بين العدد المحطوط والواحد من جملة المحطوط واطرحه من الواحد يبقى المطلوب وهو ظاهر المقابلة. متى ضرب المبلغ الجبري او الحطّي في كل الاجناس المعادلة حيثما يقتضيه الحال او زيادة مثله على الاجناس المعادلة كالمبلغ الذي به يتم المجبور واحداً او اسقاط مثل ذلك منها كالمبلغ الذي يطرحه يصير المحطوط واحداً ولها معنى اخر وهو زيادة الكسر او الاستثنا في كل من المعادلين اذا كان في احدهما او فيهما كما في الطرح. اقول واذا علمت

ما قدّمته لك من أمر النسبة أمكنك الجبر او الحط مع المقابلة في المعادلين جمل ماد
مثاله شي وربع سدس تعدل سبعة و ثمانين ونصفا وجدنا بطريق تناسب
الاعداد نسبة الشي الى جملة الشي والكسر كنسبة المجهول الى العدد المعادل و ذلك
نسبة اربعة وعشرين الى خمسة وعشرين كنسبة الجواب الى سبعة وثمانين ونصف وضربنا
الطرفين و قسمنا الحاصل على الثاني خرج الجواب اربعة وثمانين. وهذا في
الحط ولا وجه عكس في الجبر فقس عليه.

الباب الثالث[1] في المسايل الجبريه

المتعارف منها ستة كل من اتقن التعرّف فيها وعلم سواء اخراج المجهولات منها بنسبتها
امكنه الزيادة عليها وهذه الستة يقال لثلاثة منها **المُفردات** وهي ما تعادل
فيها نوعان او نوع وعدد. الاولى اموال تعدل جذور فاقسم الجذور على الاموال
مثاله ثلاثة اموال تعدل اثنى عشر جذراً. خرج بالقسمة اربعة وهي جذر فالمال ستة عشر
و ثلاثة امثاله ثمانية و اربعون مساويه لاثنى عشر اربعة وهي الجذر. الثانيه اموال تعدل عدداً
فاقسم العدد على المال وفي ثلاثة اموال تعدل اثنى عشر الخارج اربعة وهي مال و
ثلاثة امثاله اثنى عشر

1- الثاني

تعدل مثلها. الثالثة اجذار تعدل عدداً و طريقها قسمة العدد على الاجذار مثاله
ثلاثة اجذار تعدل اثني عشر. قسمنا العدد فحصل اربعة و هي جذر وثلاثة امثالها
اثني عشر تعدل بطرفها و متى كان
المقسوم عليه واحداً لم يحتج الى قسمة و المعادل هو الجواب. المقترنات ايضاً
ثلاث و هي ما كان احد المعادلين منها مركبا من نوعين. الاولى مال و جذور تعدل
عدداً. و قاعدة استخراج جوابها بزيادة مربع نصف الجذور على العدد وطرح نصف
الجذور من جذر الجمله فالباقي هو المطلوب و هو جذر. مثالها مال و عشرة جذور
تعدل اربعة و عشرين عدداً. الجواب باثنان و هو جذر فالمال اربعة وعشرة جذور عشرون
و بجمعها الى المال ثم اربعة و عشرون. الثانيه مال و عدد تعدل اجذار فالقاعدة
مشروطة بكون العدد اقل من مربع نصف الاجذار و الا فالمسئله مستحيله وفي الممكن اطرح العدد
من مربع نصف الجذور ثم اطرح جذر الباقي من ذلك النصف اعني نصف الجذور يبق المطلوب
مثال من الممكن مال و ستة عشر عدداً تعدل عشرة اجذار الجواب اثنان
و هي جذر فالمال اربعة و من الستة عشر يكون عشرين و هي ساوى عشرة من تلك الاجذار
الثالثة مال تعدل جذوره و عدداً فالقاعدة جمع مربع نصف الاجذار الى العدد
ثم اضافة جذر الجمله الى نصف تلك الاجذار يكن المطلوب و ذلك جذر ايضاً مثاله
مال تعدل اربعة اجذاره و خمسة الجواب خمسة و هو جذر. تنبيه: اعمال
المقترنات مبنيه على توحيد المال فمتى قل من واحد فاجبره و متى زاد فحطه تعرقيل

اى اعمل بالباقى ما عملت فى الجبر او الحط نقف على الصواب ثم كمل العدد بما تعطيه القاعدة
ثلثى الصّواب مثال الجبر ثلاثة ارباع مال و عشرة اجذار و نصف جذر
تعدل اربعة و عشرين صيّرنا ثلاثة الارباع الى مال بواحد و ثلث وضربناه فى كل من
كثر المال و الجذور و العدد المعادل و هو معنى المقابلة فبلغت الصّورة الى مال
و اربعة عشر جذراً تعدل اثنين و ثلثين و بعد العمل بقاعدة رابعة المسايل وجدنا الجذر
اثنين فالمال اربعة ثلاثة ارباعها ثلاثة و عشرة امثال ذلك الجذر و نصف مثله أحد
و عشرون تعدل مع ثلاثة ارباع المال اربعة و عشرين و مثال **الحطّ** مالان
وربع و سبعة اجذار و نصف تعدل اربعة و عشرين حططنا المالين و الربع الى مال
باربعة أتساع و قابلنا بضرب المبلغ الحطى فى جملة المعلومات فرجعت المسئلة الى مال
و ثلاثة اجذار و ثلث جذر تعدل عشرة و ثلثين و بعد العمل المتقدم فى مثال الجبر[1] فالجذر
اثنان و المال اربعة و مالان وربع تسعة و سبعة اجذار و نصف خمسة عشر و الجملة تعدل
اربعة و عشرين و اعلم ان العمل فى الجبر و الحط يجرى فى المفردات ايضاً مثاله
بين المشكلات الدورية . يمامة و حمامة و درّاجة. قيمة اليمامة نصف قيمة الحمامة
و زيادة على ذلك خمسة عشر درهماً. و قيمة الحمامة ربع قيمة الدرّاجة و خمسة عشر ايضاً
و قيمة الدرّاجة خمس قيمة اليمامة و خمسة عشر ايضاً. كم قيمة كل منها فرضنا قيمة اليمامة
شياً و طرحنا منه خمسة عشر ثمّ ضعّفناه و كان شين الا ثلثين و هو قيمة الحمامة
طرحنا منه خمسة عشر فبقى شيان الا خمسة و اربعين فاربعة امثاله ثمانية اشيا الا مائة

1. الجزر

و ثمانين و هي قيمة الدرّاجة. و نطرح خمسة عشر منهى الى ثمانية اشيا الامابة و خمسة و نحول
تعدل خمسا اعني من قيمة اليمامة و هو شي الا اربعة اخماس و بعد المقابلة يصير الى سبعة
اشيا و اربعة اخماس تعدل ماية و خمسة و تسعين فبثالث المفردات قسمنا العدد على
الاشيآء و الكسر بعد بسط كلّ منهما اى ارجاعه الى صحيح و بهذا نوع اخر من الجبر و المقابلة
فخرج بالقسمة خمسة و عشرون و هي قيمة اليمامة طرحنا منها خمسة عشر بقي عشرة ضعفها
عشرون و هي قيمة الحمامة اسقطنا منها خمسة عشر بقي خمسة و اربعة امثالها قيمة الدرّاجة
وذلك عشرون فاذا طرح منها خمسة عشر بقي خمسة و هي خمس قيمة اليمامة فقس على هذه الامثال
كلما كان داخلا تحت ضوابط هذه المسايل الستة وذلك محتاج الى مُمارسة الاعمال و الحذق
واجالة الفكر مسئلة من الدوريّات ايضاً و هي ثلاثة معادلين. الماس
و ياقوت و لعل قال بأيّها اطرح ثلث قيمة الماس من ماية بقي قيمة الياقوت. فاطرح
نصف قيمة الياقوت من الماية بقي قيمة اللعل. و اذا طرحت ربع قيمة اللعل من ماية
تجد قيمة الماس. فرضنا قيمة الماس شيأ و طرحنا ثلثه من ماية تأخّر ماية الا ثلث شي
طرحنا نصفه من ماية فبقي خمسون و سُدس. طرحنا ربعه من ماية بقي سبعة و ثمانون و نصف
الا ربع سُدس تعدل شيأ. فبالمقابلة طرحنا الاستثنا بلغ سبعة و ثمانين و نصف تعدل شي
و ربع سدُس ثم حططنا مما بقي شي تعدل اربعة و ثمانين. و هو قيمة الماس و انقطع الدور
فقيمة الياقوت اثنان و سبعون. و قيمة اللعل اربعة و ستون و هو المطلوب .

الخاتمة في لطائف المسايل الجبريه المتداولة التي نتبيّن على الاطلاع على اسرار هذا العلم

مسئلة: عدد ضرب ثلثه في ربعه فبلغ نصف العدد فرضناه شياً و ضربنا ثلثه في بربعه بلغ نصف سدس مال لان اجزاء الاشيا في اجزاء الاشيا اموال مخطه و هذا المبلغ يعدل نصف الشي المفروض فجبرنا جزء المال الي مال كامل نضربه في أثني عشر فصار مالاً كاملاً و قابلنا المعادل بذلك الضّرب فحصّل مال يعدل ستة اشيا قسمنا الاشيا على المال و كان ستّة و مطع ثلثها في ربعها مساو لنصفها مثاله مال نضرب ثلثه في بربعه فبلغ ثلاثة فاجعل المال شياً و اضرب ثلثه في رُبعه بنصف سدُس مال كما مر تعدل هذا ثلاثه فجبرنا المتعادلين بالضرب في اثني عشر فكان مالاً يعدل ستّة وثلاثين اخذنا جذرها فكان المطلوب ستّة. تنبيه: انما اخذنا هذا الجذر لان حاصل قسمة ما في المفردات مال و هنا لا يتغيّر بالقسمة فحاصل القسمة ستة وثلاثون مالا و اخذنا جذرها ليكون عدداً فليتنبه له

مسئلة: عشرة قسمت قسمين. فضرب كل قسم في نفسه و جمع فكان ثمانية و ستين. فرضنا احد القسمين خمسة و شياً والاخر خمسة الا شياً. فربّعنا كلا منهما و جمعنا وكان خمسين ومالين تعدل ثمانية و ستين فاسقطنا المشترك بقي مالان يعدلان ثمانية عشر الواحد يعدل تسعة و جذره ثلاثة نسقطها من احدى الخمسين بقي اثنين و نزيدها على الاخرى بلغ ثمانية وهما القسمان مسئلة: مال القيت منه ثلثه[1] و ثلاثة دراهم فبقي منه عشرون. جعلنا المال شياً و القينا ثلثه بقي ثلثا شي القينا من ذلك ثلاثة بقي ثلثان الا ثلاثة دراهم

1 = ثلاثة

تعدل عشرين فاحر الثلثين بالثلاثة و زد مثل ذلك على العشرين بالمقابلة فيكون ثلاثة وعشرين

تعدل ثلثي شي فاكملها بان تزيد عليها نصفها يجعل اربعة و ثلثون و نصف و هو المطلوب .

و في هذه القدر كفاية المستبصرين و الله الموفق و المعين

تمت الرسالة بحمد الله و حسن

توفيقه . و الحمد لله

وحده