SÂBİT İBN KURRA'NIN PİTAGOR TEOREMİNİ TAMİMİ *

Dr. AYDIN SAYILI
İlim Tarihi Ordinaryüs Profesörü

Aşağıda metni ve tercümesi sunulan yazma eski bir Ayasofya mecmuasında bulunmaktadır.[1] Görüldüğü üzere, bu risale Sâbit ibn Kurra'nın bir arkadaşının bir sorusu üzerine kaleme alınmış, fakat verilen cevap sorunun sınırlarını çok aşarak bu konudaki bilgiyi önemli ölçüde zenginleştiren gayet orijinal bir monograf şeklini almıştır.

Risalede Pitagor teoreminin Öklid'dekinden daha yüksek mertebede bir tamiminin yapılmış olması, bu konuda yeni bir eser kaleme alınmasının hikmetini sarih olarak ortaya koyduğu gibi, dik dörtgen şıkkı için de "Sokrates metodu"na uygun düşen ispatlar veriliyor; bu suretle, Öklid'de de aynı teoremin başka bir genel ispatının mevcut bulunması soruyu lüzumsuz kılmamış oluyor.

Burada sözü geçen "Sokrates ispatı" ile Platon'un *Menon* adlı eserindeki oldukça yaygın olarak tanınan bir metne işaret edilemektedir. Sâbit ibn Kurra'nın Pitagor teoremi için verdiği ve "tafsil ve vasıl" usulü veya "Sokrates metodu" olarak adlandırdığı ispat tarzlarına bu gün matematik kitaplarında yer verilmekte ve bu ispat şekilleri oldukça tanınmış bulunmaktadır. Nisbeten basit olmalarına rağmen Sâbit ibn Kurra'nın bunlar üzerinde tafsilâtlı olarak durmuş olması, bu ispat tarzlarının yeni olduğunu ve kendisinden önce bilinmediğini gösteriyor. Esasen Sâbit ibn Kurra bu ispatları kendisinin bulduğunu sarahatle ifade etmektedir. Bu tarzdaki ispatlar dokuzuncu

* Bu yazıda incelenen yazmanın muhteviyatı 1956 yılının son haftasında NewYork'ta toplanan Amerika İlim Tarihi Cemiyeti Yıllık Kongresinde verdiğim bir tebliğde özetlendirilmiştir. Tebliğin metni *Isis* dergisinde bir makale olarak çıkacaktır.

[1] Bu mecmua Ayasofya Müzesi Kütüphanesinde 4832 numarada kayıtlıdır. Yaşı herhalde dokuz yüzü aşmış olan bu yazma H. Ritter tarafından tavsif edilmiştir (*Schriften Ja'qûb ibn Isḥâq al-Kindî in Stambuler Bibliotheken, Archiv Orientalni*, cilt 4, s. 363.) Eldeki risale mecmuanın 39a-41a sahifelerini işgal ediyor. Bu risalenin bir başka nüshasının Kahire'de bulunduğu anlaşılmaktadır (H. Suter, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber*, 1900. s. 37). Arapça metnin tesbitinde bu nüshaya müracaat edilmemiştir.

asır Hind matematikçilerine de atfedilmektedir;[2] belki de müstakil olarak bulunmuş olabilirler.

Sâbit ibn Kurra'nın Pitagor teoremi için bu mahiyette orijinal bir ispat vermiş olduğu başka bir kaynaktan da bilinmekte idi. Neyrîzî, Öklid'e yazdığı şerhte bu hususta tafsilât veriyor.[3] Fakat eldeki risaledeki diğer malumat bizim için tamamen yenidir. Sâbit ibn Kurra'nın Pitagor teoremini genelleştirdiği hususunda başka kaynaklarda herhangi bir bilgiye raslanmamış bulunuyordu.

Sâbit ibn Kurra, üçgenlerin kenarları üzerine çizilen şekillerin kareden gayrı şekiller olabileceğini söylerken, bu hususta Öklid'den daha umumi ifadeler kullanıyor. Fakat gerek Öklid'in ve gerekse Sâbit İbn Kurra'nın bu istikamette yaptıkları tamimler müstakil ispatlar istemiyecek kadar tabiî ve otomatik olarak kabul edilebilen tamimler sayılabilir. Sâbit ibn Kurra'nın bu risaledeki asıl orijinal teoremi, Pitagor teoremini herhangi bir üçgene tamim ediş tarzıdır.

Sâbit ibn Kurra bu teoremin ispatını vermiyerek bunun Öklid' deki teoremler yardımiyle kolayca yapılabileceğini söylemekle yetiniyor. Bu sebeple Sâbit ibn Kurra'nın bu teoremi ispat tarzını ancak tahmin etmek imkânına sahip bulunuyoruz.

Öklid'de Pitagor teoreminin tamimi olarak II,12 ile II,13 teoremleri var. Bunlardan birincisi dar açılı üçgen, ikincisi geniş açılı üçgen hakkında. Sâbit ibn Kurra'nın tamim şeklini bu teoremlerden kolayca çıkarmak mümkün olduğuna göre, onun ispatının da bu teoremlere dayanmış olması muhtemeldir. Bu sebeple burada böyle bir ispatı vermenin uygun olacağı düşünülmüştür.

ABC üçgeninde BF doğrusu AC kenarına dik olsun; BA' ile BC' doğrularını da, BA'A ve BC'C açılarının (A' ve C') ikisi de herhangi bir değer taşıyabilecek olan ABC açısına eşit olacak şekilde çizelim. Sâbit ibn Kurra'nın teoremine göre $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=$ AC (AA'+CC') olacaktır.

[2] W. Lietzmann, *Der Pythagoreische Lehrsatz*, Stuttgart 1953, s. 24.

[3] *Codex Leidensis*, 399, 1: *Euclid's Elementa ex interpretatione Al Hadschdschadsch cum commentariis Al Narizii*, ed. R. O. Besthorn ve J. L. Heiberg, kısım 1, 1893, s. 184-188; *Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidiis commentarii*, ed. Maximilianus Curtze, *Euclidis Opera Omnia*, ed. I. L. Heiberg ve H. Menge, Supplement, Leipzig 1899, s. 84-86. Ayrıca, bak: J. Tropfke, *Geschichte der Elementar Mathematik*, cilt 4, 1923, s. 143, 149.

Öklid'deki söz konusu iki teoremden dar açı için olan birincisinin trigonometrik ifadesi ile başlıyalım.

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2+\overline{BC}^2 &= \overline{AC}^2+2\ BC\,.\,AB\,.\cos ABC \\ &= \overline{AC}^2+BC\,.\,AB\ (\cos A'+\cos C') \\ &= \overline{AC}^2+BC\cdot AB\cdot\frac{A'F+FC'}{BC'} \qquad \ldots\ldots\ (1) \end{aligned}$$

BCC' ve ABC üçgenlerinin benzerliğinden, $\frac{CB}{BC'}=\frac{AC}{AB}$ .... (2)

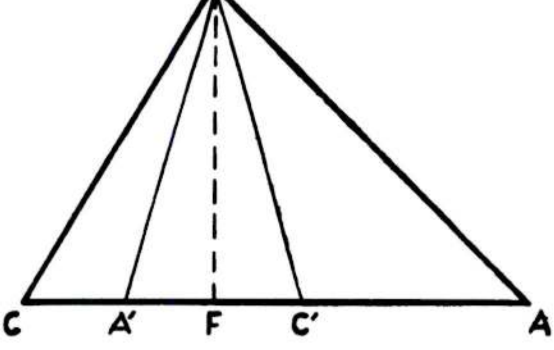
(1) ve (2) den,
$$\begin{aligned} \overline{AB}^2+\overline{BC}^2 &= \overline{AC}^2+\frac{AC}{AB}\cdot AB(A'F+FC') \\ &= \overline{AC}^2+AC\ (A'F+FC') \qquad \ldots\ldots\ (3) \\ &= \overline{AC}^2+AC\ (A'C')=AC\ (AC+A'C') \end{aligned}$$
$$\therefore\ \overline{AB}^2+\overline{BC}^2=AC\ (CC'+AA').$$

Aynı ispat geniş açılı üçgene sadece işaret farkı ile kabili tatbiktir. Burada, yukarıdaki (3) ifadesi

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2-AC(A'F+FC')$ şeklini alacaktır.

Fakat A' ve C' açıları bu sefer geniş açı olduklarından, burada, AC (AC—A'C') terimi yine AC (CC'+AA') ifadesine eşit olacaktır, ve neticede yine

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=AC\ (CC'+AA')$ sonucu elde edilecektir. Bu suretle, aynı ifadenin bütün şıklara doğrudan doğruya kabili tatbik olduğu da görülmüş oluyor.



Şekil 1

Kolayca görüleceği üzere, B açısı dik olunca A′ ile C′ birbirleri üzerine intibak ederler ve $AA'+CC'=AC$ olur; $B<60°$ olunca A′ ile C′ noktalarından biri veya her ikisi AC dışında bulunur. $B<90°$ için $AA'+CC'>AC$, ve $B>90°$ için $AA'+CC'<AC$ olur.

Diğer taraftan, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=AC\,(CC'+AA')$ ifadesinde eşitliğin sağ tarafına $2A'F.AC$ miktarını bir defa ilâve eder ve bir defa da bu miktarı aynı kısımdan çıkarırsak eşitlik bozulmaz ve aşağıdaki yeni denklemi elde ederiz :

$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=AC\,(CC'+AA'-2\,A'F)+2\,A'F\,.\,AC \qquad \ldots.\ (4)$$

$$=\overline{AC}^2+2\frac{A'F}{A'B}\cdot AC.A'B$$

$$=\overline{AC}^2+2AC\,.\,A'B\,.\cos B$$

$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{CB}{A'B}$ ifadesi yardımiyle de bunu şu şekilde yazabiliriz :

$$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+2\,AB\,.\,CB.\cos B \qquad \ldots\ldots\ (5)$$

Geniş açılı üçgen için (4) ifadesi yerine

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=AC(CC'+AA'+2A'F)-2A'F\,.\,AC$ yazacak olursak, bu takdirde (5) yerine

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2-2AB\,.\,BC\,.\cos B$ ifadesini elde ederiz.

Bu suretle, Sâbit ibn Kurra'nın bulduğu teoremden başlamak suretiyle, yukarıdaki ispata muadil fakat ters yönden giden bir sağlama yolu ile Öklid 'in söz konusu iki teoremini bulmuş oluruz.

Sâbit ibn Kurra'nın bu iki yola esas itibariyle denk bir ispat tarzı kullanmış olduğu kuvvetle muhtemeldir.

Bu konu ile ilgili olarak yaptığım araştırmanın verdiği neticeye göre, Sâbit ibn Kurra'nın bu güzel teoreminin yakın zamana kadar, yani bin yılı aşan bir zaman için, kayıp olarak kaldığı ve ancak yirmi sene gibi kısa bir zaman önce yeniden keşfedildiği anlaşılıyor.

Tesbit edebildiğime göre, ilk defa olarak Lietzmann bu teoremi *Der Pytagoreische Lehrsatz* adlı kitabının 1937 neşrinde zikrediyor. Fakat ifadesi ne Sâbit ibn Kurra'daki kadar derli toplu ne de onunki kadar şümullu değil. Daha önceki bir eserde bu teoremle karşılaşılamamış olduğu gibi, Lietzmann'ın zikri geçen kitabının 1930 edisyonunda da bu teoremden bahsedilmemektedir. Lietzmann'ın bu teoremi tatbikat mahiyetinde olmak üzere geniş açılı üçgen için çıkardığı ve dar açılı üçgene tamimini okuyucuya bir problem olarak bırakmış olduğu da bu vesile ile zikre değer.[4]

Sâbit ibn Kurra'nın burada Pappus'un Pitagor teoremini tamim şekline temas etmediği görülmektedir.[5]

---

[4] Lietzmann, 1937, s. 38-40, 1953, s. 46-47.

[5] D. E. Smith, *History of Mathematics* 1925, cilt 2, s. 289; Lietzmann, 1937, s. 31, 1953, s. 37.

رسالة لابى الحسن ثابت بن قرة الحرانى فى الحجة المنسوبة الى سقراط فى المربع وقطره

قد كنتَ أعزكَ الله[1] ذكرتَ الحجةَ المنسوبة إلى سقراط فى أمر المربع وقطره وما تبين منها أنّ المثلث القائم الزاوية وأنّ مربعى ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة إذا جُمعا مساويان لمربع ضلعه الباقى إذا كان المثلث متساوى الساقين فاستحسنتَ الطريق فيها لقرب مأخذه وأنّه إنّما تبين به تساوى هذه المربعات باطباق اجزائها بعضها على بعض وما يساويها ، إلا أنّك اسعدكَ الله نقمتَ من ذلك وكرهت منه ما يجب أنْ يُكرَه مثله لخصوصه ووجوبه فى المثلث المتساوى الساقين دون غيره و قصورالحجة فيه عن انتظام ما سوى ذلك من سائر المثلثات التى يشملها ويعمها هذا المعنى وهى سائر المثلثات القائمة الزوايا ، وسألتَ اثبات طريقها عامّاً من العمل إنْ كنتُ استخرجتُه ، ووجدتُ لذلك سوى مسلك اقليدس ما يحيط البرهان فيه بكل المثلثات القائمة الزوايا ويشاكل المسلكالذى تقدم ذكره .

ففعلتُ ذلك وأثبتُّ فى هذا المعنى أعمالاً أتبعتُها بكلام فى طبقات العلم بالشئ لما رأيتُ الكلام فى المثلث قد قرب من ذلك وطرق إليه وجعل أمر المثلث فيه مثالاً لغيره .

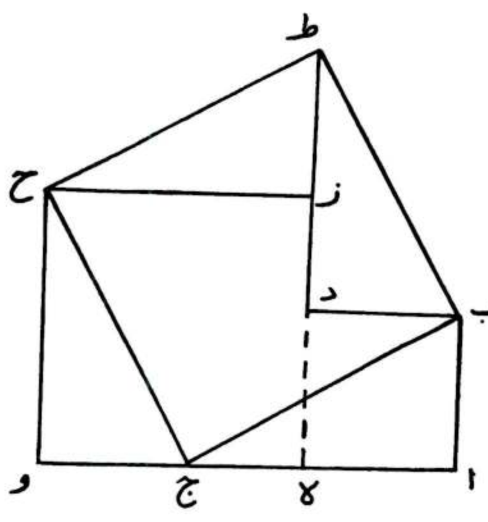
وهذا عملٌ عام استخرجتُه لذلك :

كل مثلث قائم الزاوية فإنّ مربعى ضلعيه المحيطين بزاويته القائمة إذا جُمعا مساويان لمربع الضلع الذى يوترها . فليكن مثلث « ا ب ج »

[1] اعزك ذكرت

قائم الزاوية و زاويته القائمة « ب ا ج »، فأقول انّ مربعى « ا ب » « ا ج » إذا جُمعا مساويان لمربع ضلع « ب ج ».

برهان ذلك أنّا نعمل على ضلع « ا ب » مربع « ا ب د ه » ونجعل « ه ج و » مثل ضلع « ا ج » و نعمل عليه مربع « ه ز ح و » ونخرج « ه ز » على استقامة إلى « ط » ونجعل « د ط » ايضا مثل « ا ج » ونخرج خطوط « ج ح » « ب ط » « ط ح »، فتكون مثلثات « ب ا ج » « ب د ط » « ط ز ح » « ج و ح » الاربعة قائمة الزوايا فتكون أضلاعها المحيطة بزواياها القائمة متساوية كلّ ضلع و نظيره، و ذلك أنّ « د ط » قد كان جُعل مثل « ا ج » و « ا ج » مثل كل واحد من « ز ح » « و ح » إذ كان كل واحد منهما مثل « ه و » و ذلك أنّ « ه ز ح و » مربع، فتكون قد تساوت أربعة أضلاع من هذه المثلثات و هى



Şekil 2

أضلاع « ا ج » « د ط » « ز ح » « ح و »، وكذلك أيضا تكون أربعة أضلاع « ا ب » « ب د » « ط ز » « ج و »، وأما « ا ب » « ب د

منها[2] فلأن سطح « اب د ه » مربع وأما « ز ط » فلأنّ « د ط »
مثل « ز ه » إذ كان قد جُعل مثل « ا ج » فنسقط المشترك وهو
« د ز » فيبقى « ز ط » مثل « د ه » الذى هو مثل « ا ب » وأما « ج و »
فلأنّ « ه و » مثل « ا ج » كان قد جُعل، فنسقط المشترك وهو « ه ج »
فيبقى « ج و » مثل « ا ه » الذى هو مثل « ا ب » .

فإذ كانت الاضلاع التى ذكرنا المحيطة بالزوايا[3] القائمة التى هى
متساوية من الاربع المثلثات أضلاعاً متساوية فإنّ أضلاعها الباقية
هى متساويةٌ وهى « ج ب » « ب ط » | « ط ح » « ج ح »، فالمثلثات أربعتها 39 a / 39 b
متساوية وزواياها متساوية كل واحدة ونظيرتها فسطح « ب ط ج ح »
متساوى الاضلاع، وهو أيضا قائم الزوايا لأنّ زاوية « ا ب ج » من
مثلث « ب ا ج » مثل زاوية « د ب ط » من مثلث « د ب ط » فزاوية
« ج ب ط » مثل جميع زاوية « ا ب د » ولكن زاوية « ا ب د » قائمة
فزاوية « ج ب ط » قائمة وبمثل ذلك يتبين أنّ زاوية « ج ح ط » قائمة
وسطح « ب ط ج ح » متساوى الاضلاع فزاويتاه الباقيتان قائمتان
فهو اذن مربع خط « ب ج » .

وايضا فإنّ مثلثى « ا ب ج » « ج ح و » مجموعين مساويان لمثلثى
« ب د ط » « ز ط ح » مجموعين لأنّا قد بينا أنّ هذه المثلثات الاربعة
متساويةٌ، ونجعل الشكل الذى عليه « ج ب د ز ح » مشتركا فيكون جملة
هذه الشكل الذى عليه « ج ب د ز ح » مع مثلثى « ا ب ج » « ج و ح »
التى هى مربعا « ا ب د ه » « ه و ح ز » مساوية لجملة ذلك الشكل بعينه الذى
عليه « ج ب د ز ح » مع مثلثى « ب د ط » « ز ط ح » التى هى مربع

2 منهما
3 الزاويه

« ج ب ط ح » ، فأما مربعا « ا ب د ه » « ه ز ح و » فهما مثل مربعي خطي « ا ب » « ا ج » لأنّا كنا قد جعلنا « ه و » مثل « ا ج » واما سطح « ج ب ط ح » فهو مربع خط « ب ج » ، فمربعا ضلعي « ا ب » « ا ج » اذا جمعا مساويان لمربع ضلع « ب ج » ، وذلك ما أردنا أنْ نبين .

وهذا ونظائره من اعمال الهندسة مذهب اذا تمثّلتَ جملتَه وأردتَ أنْ أُوَضح معنى ذلك باللفظ استحق عندى أنْ يسمى مذهب التفصيل والوصل ، وذلك أنّ مريداً لو أراد بما وصفنا أنْ يفصل هذين المربعين اعنى مربعي « ا ب د ه » « ه و ح ز » بثلث قطع اذا كانا موصولين ثم يوصلُها[4] حتى يعمل منها[5] مربعا واحداً مثل مربع « ب ط ج ح » أو يفصل مربعَ « ب ط ج ح » بثلث قطع ثم يوصلُها فيعمل منها مربعين مثل « ا ب ه د » « ه ز ح و » أمكنه ذلك وصور ذلك تنقلب على جهات .

عمل آخر عام استخرجتُه لذلك :

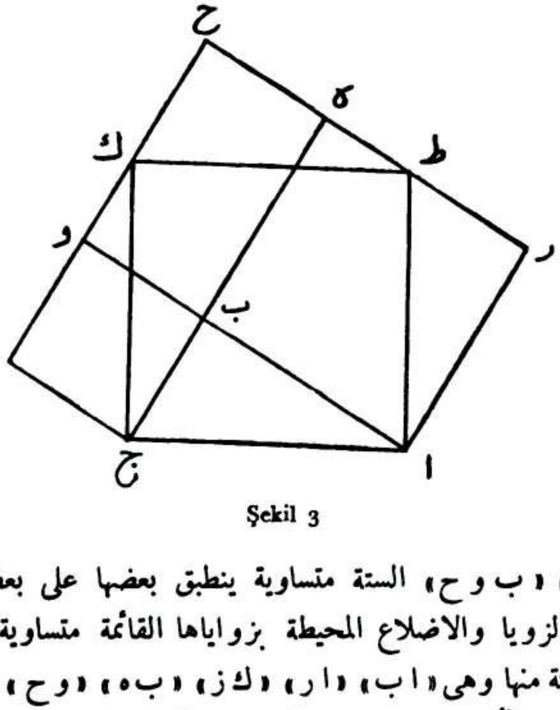
وهاهنا وجه آخر من العمل يتبين به ما ذكرت من امر المثلث القائم الزاوية ولا يبعد عن هذا المذهب ، أحببتُ عرضه ايضا عليك اسعدك الله لتتخير من ذلك ما رأيت .

كل مثلث قائم الزاوية فإنّ مربعي ضلعيه المحيطين بزاويته القائمة اذا جُمعا مساويان لمربع الضلع الذى يوترها . فليكن مثلث « ا ب ج » قائم الزاوية وزاويته القائمة « ا ب ج » ، فأقول انّ مربعي ضلعي « ا ب » « ب ج » اذا جمعا مساويان لمربع ضلع « ا ج » .

برهان ذلك أنّا نعمل على ضلعي « ا ب » « ب ج » مربعي « اره ب » « ج ب و ز » ونخرج خطي « ره » « وز » على استقامة حتى يلتقيا على « ح »

[4] يوصلهما
[5] منهما

فهوبين أنّ سطح ،ج زه ح، قائم الزاوية ونجعل ،رط،[6] مثل كل واحد من ،ب ج، ،ج ز، ،و ز، ،ب و، ،ه ح، التى هى متساوية ونجعل ،ز ك، مثل ،ا ب، ويبقى ،ط ح، مثل ،ا ب، ايضا لأنّ ،رح، كله مثل ،ا و، كله و ،رط، المنقوص مثل ،ب و، المنقوص فيبقى ،ط ح، كما قلنا مثل ،ا ب، الذى هو مثل كل واحد من ،ب ه، ،و ح، فتكون مثلثات ،ا ب ج، ،ا ر ط، ،ط ح ك، ،ز ج ك،



Şekil 3

،ب ه ح، ،ب و ح، الستة متساوية ينطبق بعضها على بعض وذلك أنّها قائمة الزويا والاضلاع المحيطة بزواياها القائمة متساوية كل ضلع ونظيره ستة منها وهى ،ا ب، ،ا ر، ،ك ز، ،ب ه، ،و ح، ،ط ح،[7] متساوية وستة أُخر وهى ،ب ج،[8] ،ر ط،[9] ،ح ك، ،ج ز، ،ه ح، ،ب و، ايضا متساوية وزواياها القائمة متساوية كل زاوية ونظيرتها واضلاعها الباقية وهى ،ا ج، ،ا ط، ،ط ك، ،ك ج، ،ب ح، متساوية .

[6] د ط
[7] yazmada طح unutulmuş.
[8] ب ح
[9] د ط

فسطح «ا ط ك ج» اضلاعه متساوية وهو ايضا قائم الزوايا لأنّ زاويتى «ط ا ر» «ب ا ج» متساويتان كما تبين من تساوى ذلك فى مثلثى «ا ب ج» «ا ر ط» وزاوية «ط ا ب» مشتركة فجميع زاوية «را ب» مثل جميع زاوية «ط ا ج»[10] ولكن زاوية «ر ا ب» قائمة فزاوية «ط ا ج» قائمة وبمثل ذلك تبين أنّ زاوية «ا ج ك» قائمة وتبين من ذلك أنّ سطح «ا ط ك ج» الذى كنا بيّنا انه متساوى الاضلاع هو قائم الزوايا فهو إذن مربع خط «ا ج».

واذا كانت المثلثات الستة التى كنا ذكرنا فيما تقدم متساوية فإن الثلثة منها التى هى «ا ب ج» «ب ه ح»[11] «ب و ح» اذا جُمعت متساوية للثلثة الباقية وهى «ا ر ط» «ط ح ك» «ج ك ز» اذا جُمعت، ولكنا اذا نقصنا الثلثة الأُول من مخمس «ا ر ح ز ج» بقى مربعا «ا ره ب» «ج ب و ز» واذا نُقصت منه الثلثة الأُخر| بقى مربع «ا ط ك ج» فمربعا 39 b / 40 a
«ا ره ب» «ج ب و ز» اللذان هما مربعا ضلعى «ا ب» «ب ج» مساويان اذا جمعا لمربع «ا ط ك ج» الذى هو مربع «ا ج» وذلك ما أردنا أن نبين.

وهذا ذكر معان كلية نرتفع اليها وندخل فيها من هذا الباب:

ولمّا كان العلم بالشئ الواحد بعينه قد يكون على جهات شتى، وكانت احوال الناس فى جودة العلم بالشئ واتقانه أو غير ذلك احوالا مختلفة، لأنّ منهم من يعلم ذلك الشئ من علل وباقتدار من اسبابه العليا التى هى ارفع واعم من غيرها ومنهم من يعلمه مما دون ذلك لم أر بأسا لمّا انتهيتُ الى هذا الموضع من كلامى أنْ اصف كيف يكون ذلك فى هذا المعنى وضعا يكون مثالا لغيره.

فأما مريد لو أراد أن يترفع فى هذا المعنى الذى كنا فيه إلى ماهو أعم مما قلنا لأمكنه أن لا يقتصر على المذهب الاول من الثلثة المذاهب

[10] ط ا ح
[11] ب ه ج

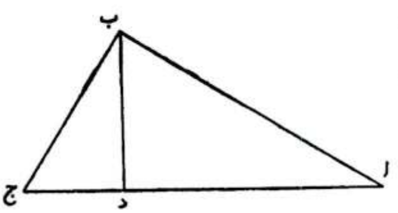
التى تقدمتْ اذ كان خاصا ولا على المذهبين الآخرين منها أو مذهب اقليدس فى ذلك ولا بالجملة على أنْ يقول انّ المربعين اللذين يعملان على ضلعى المثلث القائم الزاوية المحيطين بزاويته القائمة إذا جمعا مساويان لمربع الضلع الذى يوترها بل كان يرتفع الى الجنس الاعم ، فإما أنْ يقول انّ كل شكلين متشابهين يعملان على الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة من المثلث مربعين كانا أو غير مربعين فهما مساويان اذا جُمعا للشكل الشبيه بهما الذى يعمل على الضلع الذى يوترها اذا كان وضع الاشكال على الاضلاع وضعا متشابها كما فعل اقليدس حيث يرفع الى ذلك فى المقالة ٦ [12] من كتابه فى الاصول وإما أنْ لايجعل قوله فيما يساويه مربعا الضلعين[13] المحيطين بالزاوية القائمة من المثلثات القائمة الزوايا فقط بل كان يتكلم فيما يساويه مربعا ضلعى كل مثلث بالجملة كان قائم الزاوية أولم يكن كذلك فيُخبر بأنّ مربعى كل ضلعين يحيطان بزاوية من مثلث أىّ ضلعين كانا يساويان اذا جمعا السطح القائم الزوايا الكائن من ضرب وتر تلك الزاوية فى الخطين المستقيمين اللذين يقعان فيما بين كل واحد من طرفيه وبين ملتقاه مع ما [14] يخرج من نقطة تلك الزاوية من الخطوط المستقيمة التى تحيط معه بزوايا تساوى تلك الزاوية اذا كان على ما أصفُ فى المثال .

مثال ذلك مثلث « ا ب ج » وقد خرج من نقطة « ب » منه خط مستقيم أو خطان مستقيمان لقى أولقيا خط « ا ج » فاحاط أو احاطا مع « ا ج » بزاويتين كل واحدة منهما مثل زاوية « ا ب ج » ، وذلك إما خط واحد على ما فى الصورة الاولى الموقع عليه « ب د » [15] فإنّه يحيط معه

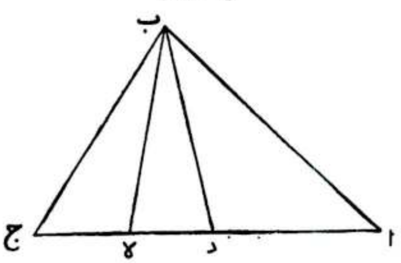
[12] Öklid, VI, 31.
[13] للضاهين [14] معما
[15] ب ه

بزاويتين تكون كل واحدة منهما مثل زاوية « ا ب ج » و ذلك متى كانت زاوية « ا ب ج » قائمة فصار « ب د » عمودا على « ا ج »، و إما خطان على مائى الصورة الثانية عليهما « ب د » « ب ه » [16] و ذلك متى لم تكن زاوية « ا ب ج » قائمة فكانت مثل كل و احدة من زاويتى « ا ه ب » « ج د ب »، فيكون حينئذ مربعا ضلعى « ا ب » « ب ج » اذا جمعا أما اذا كان الامر على ما فى الصورة الاولى فمثل السطح القائم الزوايا الكائن من « ا ج » فى « ا د » « د ج » مجموعين وأما اذا كان الامر على ما فى احدى الصور الباقية [17] فمثل السطح القائم الزوايا الكائن من « ا ج » [18] فى « ا ه » « ج د » مجموعين.

فاما برهان ذلك فيسهل استخراجه من كتاب اقليدس فى الاصول.



Şekil 4



Şekil 5

ولمّا اتفق فيما كان على مافى الصورة الاولى التى زاوية « ا ب ج » من مثلثها قائمة أنْ يكون « ا د » « د ج » مجموعين مثل « ا د » و « د ج » ودخل فى هذا المعنى العام ذلك المعنى الخاص وهو أنّ المثلث اذ كانت

[15], [16] Yazmadaki ifadeler şöyle: « فى الصورة الموقع عليه الاولى عليها ب د » ve « فى الصورة الثانية عليها ب د ب ه » . Yukarıdaki tashihli şekilleri Profesör M. T. Tanci'ye borçluyum. Yazmadaki ifadelerden ikincisi yapılan bu tashihleri haklı göstermektedir, ve esasen birinci ibaredeki tashihli şekil sadece küçük bir tadile uğramış olan ikinci ibareden mülhemdir.

[17] Yazmada burada sekiz şekil görülüyor. İyi çizilmemiş olmakla beraber, bunların, çeşitli üçgen nevilerine tatbik edilince, teoremin meydana gelen özel hallerini temsil ettiği anlaşılıyor. Yukarıda şekil 4 ve 5'deki iki üçgen bu teoremi ve yaygın olarak bilinen Pitogor teoremi ile münasebetini göstermeye kâfi geldiğinden, teoremin özel şıklarını temsil eden bütün bu üçgenlerin burada gösterilmesine lûzum görülmedi

[18] ا د

40 a / 40 b زاوية | منه قائمة فإنّ مربعى ضلعيه المحيطين بتلك الزاوية اذا جمعا مثل مربع الضلع الباقى .

واذا أراد مريد ايضا أنْ يترفع الى مرتبة هى أعلى فى عموم هذا المعنى من جميع ما ذكرنا بالنظر الى هذا الأمر من الاصل الذى يجمع ذلك كلّه ويدخل فيه مادونه فقال انّ كل مثلث قائم الزاوية أو غير قائم الزاوية فإنّ كل شكلين متشابهين يعملان على ضلعين من أضلاعه مربعين كانا أو غير مربعين فانهما يساويان اذا جمعا كل شكل نسبته الى الشكل الشبيه بهما الذى يعمل على الضلع الثالث الباقى كنسبة الخطين المستقيمين اللذين يقعان فيما بين طرفى ذلك الضلع الثالث وبين ملتقاه مع ما يخرج من نقطة الزاوية التى يوترها اليه من الخطوط المستقيمة التى تحيط معه بزوايا تساوى تلك الزاوية الى الضلع الذى يوتر تلك الزاوية .

اذا كان ذلك على ماوُصف فى المثال ، ويجعل المثال فى ذلك هو المتقدم[19] وشرائطه شرائطه ، فيكون حينئذ كل شكلين متشابهين يعملان على ضلعى « ا ب » « ب ج » اذا جمعا مساويين لكل سطح يكون نسبته الى الشكل الشبيه بهما الذى يعمل على ضلع « ا ج » أما اذا كان الأمر على مافى الصورة الاولى فكنسبة خطى « ا د » « د ج » مجموعين الى « ا ج » ، وأما اذا كان الامر على ما فى احدى الصور الباقية فكنسبة خطى « ا ه » « ج د » مجموعين الى « ا ج » وكل ذلك على أن يكون وضع الاشكال على الاضلاع وضعا متشابها .

فأما البرهان فمن كتاب اقليدس فى الاصول يسهل استخراجه .

ولمّا اتفق هاهنا أيضا فيما كان على مافى الصورة الاولى التى زاوية « ا ب ج » من مثلثها زاوية قائمة أنْ يكون « ا د » « د ج » مجموعين مثل

[19] Bu ibarenin metni aynen muhafaza edilmiştir. Burada يجعل kelimesi fazla gibi duruyor.

«ا د»[20] و«ج د»[21] ودخل فى هذا المعنى العام المعنى الذى تقدم الذى هو أخص منه ، وهو أنّ كل شكلين متشابهين يعملان على الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة من كل مثلث قائم الزاوية اذا جمعا يساويان الشكل الشبيه بهما الذى يعمل على الضلع الباقى اذا كان وضع الاشكال على اضلا عها وضعا متشابها ، ودخل فى ذلك بتوسط هذا المعنى الذى هو أخص من هذين جميعا وهو أنّ مربعى ضلعى كل مثلث قائم الزاوية المحيطين بزاوية القائمة كمربع الضلع الباقى الذى يوترها .

فهذه معان بعضها أرفع من بعض يدخل فى جميعها أمر المثلث القائم الزاوية وانما يقتصر على المعنى الادنى من هذه المعانى ونظائرها دون الأرفع منها إما من لم يبلغ نيل الامر الارفع كما فعل بعض أهل دهرنا ممن اقتصر فى أمر المثلث على أقل ما يكون فى هذا المعنى وهو المذهب الخاص المنسوب الى سقراط وإما من اراد أنْ يرقى المتعلمين فى مراتب العلم درجة درجة على حسب طاقتهم واحتمالهم ، وأحسب سقراط انما استعمله لأنّ المخاطب له فيه كان من المبتدئين فى التعليم فأراد أن يدرجه أو ليجعل ذلك مثالا قريبا للشئ الذى أراده أو لبعض ما أشبه ذلك من الاسباب وذلك أنّ التعاليم للنفس بمنزلة الغذاء للبدن كما قال بعض القدماء .

فهى تنمىّ قواها وتزيد فيها إلاّ أنّه كما أنّ البدن الضعيف اذا هجم[22] عليه بالتغدية القوية دفعةً لم يحتمله ولم تُقوّه وعاد ذلك عليه بضرر ، كذلك النفس اذا هجم عليها بما لا تحتمله عجزت وتحيرت وأما إنْ احسنت سياستُها بالتدريج فإنها تبلغ فى القوة مبلغا عظيما بلا ضرر يلحقها .

[20] ا ج [21] ج ب
[22] الجم

وكذلك نجد اقليدس وغيره من حذاق القدماء بالتعليم ومحبتهم
للخير يفعلون فى كتبهم فيترقون فى التعليم من مرتبة الى أعلى منها عل تدريج
بحسب احتمال فهم من وصل تلك المعانى من كتبهم ، وانما ذكرت هذا
ليكون [23] مثالا لغيره ، فإنّ ما مثلثُ فى هذا الباب الواحد الذى إنما
هو اصل وأحد من الاصول الأُوَل فى علم الهندسة يمكن أنْ يُفهم
أحوال َغير ذلك من العلم ومن العلماء ايضا فى اختلاف مراتبهم فى علمهم
بالشئ ولو أنّه شئٌ واحد بعينه .

فإنّ علم الانسانِ بما ذكرت من أمر المثلث القائم الزاوية من قبل
علمه بواحد واحد من المعانى التى وصفت وإنْ كان كله حقا اضطراريا 40 b / 41 a
فليس هو سواء ولا التفاوت بين مراتب الناس فى العلم والجهة التى منها
عرفوه ودرجاتهم فى ذلك تفاوت يسير بل كثير ، فإنما يكون الامر فى علم
الانسان بالشئ تاما متى اجتمع له فيه الامران جميعا وكان قد علمه علما
كليا عاما وعلما خاصيا جزئيا ، وذلك أنّ من علم الشئَ علما خاصا
جزئيا فقط كان فقيرا فى العلم غير متسع فيه ومن علمه علما عاما فقط
فإنّه وإنْ كان غنيا فيه فهو بعد غير محصل لما علم تحصيلا مصرحا
فى الشئ الخاص ولا عالما بالشئ بعينه على التلخيص بل إنما يقع الامر الخاص
فى علمه على جهة أنه يدخل فى الجملة التى قد علمها وعلى جهة التأويل
فانما يعلمه بالقوة لا بالفعل حتى أنّه ربما غلط فيه وذهب عنه الامر
الجزئى الذى قد كان يعلمه علما عاما ، فاذا جمع هذين الامرين جميعا
وقرنهما معا تم له العلم بذلك الشئ ، ولارسطاطاليس كلام قد لخص به
هذا المعنى فى كتاب انالوطيقا الاولى والثانية منه ، يجب أنْ نقيس عليه
إنْ شاء الله .

[32] التكون

KARE İLE KÖŞEGENİ HAKKINDAKİ (TEOREMİN) SOKRATES TARAFINDAN VERİLEN İSPATI ÜZERİNE EBÜ'L HASAN SÂBİT İBN KURRA'NIN RİSALESİ

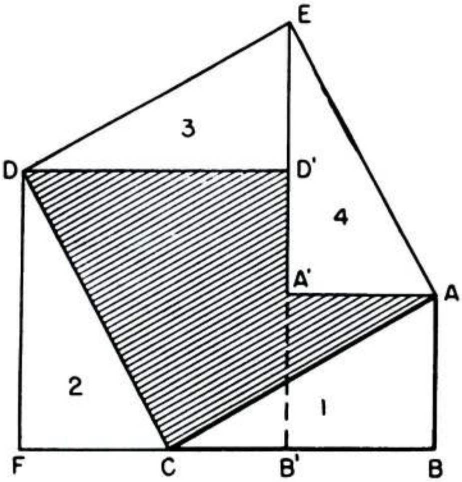
(Türkçe Tercüme)

Allah seni aziz kılsın; kare ve köşegeni ile ilgili Sokrates ispatını ve bu ispatta sarih olarak meydana çıkan hususları, yani üçgenin dik olduğunu ve ikizkenar olması halinde dik açıyı meydana getiren iki kenarının kareleri toplamının diğer kenar karesine eşit olduğunu söz konusu ediyor, bundaki metodu kolayca anlaşılabilmesi bakımından övüyorsun. Gerçekten, bu metodla, buradaki dörtgenlerin eşitliği, bunların birbirlerine eşit kısımlarının bazılarının birbirleriyle intibak ettirilmesi suretiyle meydana çıkıyor. Ancak, Allah seni mesut etsin, özel bir hali temsil edip sadece ikizkenar üçgen için zaruri olarak doğru olması ve bu teoremin şümulu içine girmesi gereken ikizkenardan gayrı dik üçgenleri ihtiva etmemesi bakımından hakikaten beğenilmemesi gereken mahiyetinden dolayı bu ispatı kusurlu bulduğunu, bu ispatın seni tatmin etmediğini söyliyorsun, ve bunun genel ispatını yapmışsam bunu sana bildirmemi istiyorsun.

Ben, Öklid ispat tarzından farklı olmak üzere ve zikri geçen Sokrates metoduna benzer bir yoldan, bütün dik üçgenlere şâmil bir ispat şekli tesbit etmiş bulunuyorum. Burada bu ispat tarzını takdim ediyor, ve ayrıca, bu görüş açısından mesele ile ilgili muhtelif teoremler sunuyorum. Bunların peşinden de, muayyen bir konudaki bilgimizin dereceleri üzerinde birkaç söz ilâve etmiş bulunuyorum. Çünkü üçgen hakkında söylediklerim sözü bu konuya getirdi ve beni bu yola sevk etti. Elimizdeki üçgen meselesi de daha geniş olan bu konuya bir misal teşkil etmiş oldu.

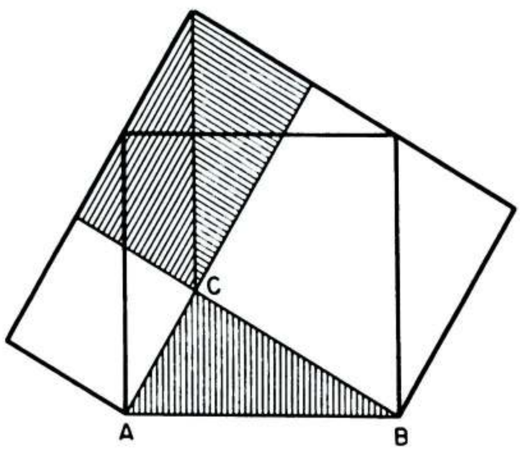
Sâbit ibn Kurra burada Sokrates usuluna uygun iki ispat tarzı veriyor. Bunlar burada asıl metindekine nazaran kısaltılmış olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

Birinci ispat: Asıl üçgen ABC'dir. FC ve BB' doğru parçaları AB'ye eşit olarak çiziliyor. AA'B'B ve DD'B'F kareleri AB ile BC doğru parçalarının karelerine, ACDE ise AC nin karesine eşittir. Resimdeki 1,2,3, ve 4 numaralı üçgenler, kolayca görüleceği üzere, birbirlerine eşittir. Halbuki bu üçgenlerden 3 ile 4 taranmış kısma ilâve edilince hipotenüz karesi, aynı taranmış kısma 1 ve 2 numaralı üçgenler ilâve edilince de dik kenarların kareleri elde ediliyor. Şu halde, dik kenarlar karelerinin toplamı hipotenüz karesine eşittir.



Şekil 6

İkinci ispat: ABC dik üçgeninin dik kenarları ile hipotenüzü üzerine resimde görüldüğü üzere kareler çizilir. Kolayca görüleceği gibi, resimdeki bütün üçgenler birbirlerine eşittir.



Şekil 7

Resmin tümünden taranmış üç üçgen çıkarıldığında dik kenarlar karelerinin toplamı, taranmamış üç üçgen çıkarıldığında ise hipotenüz karesi elde edilmektedir. Şu halde, dik kenarlar karelerinin toplamı hipotenüz karesine eşittir.

Sabit ibn Kurra'nın metnine dönelim:

Şimdi bu problem yolu ile söz konusu etmek ve ele almak istediğimiz daha umumi meselelere geçiyorum.

Muayyen bir şey üzerindeki ilmî bilgi değişmeyen, kendi kendinin aynı kalan bir şey olmakla beraber, bu bilgi çeşitli metodlara dayanabilir, ve insanların bir şey hakkındaki bilgilerinin mükemmelliği ve sağlamlığı veya bu bilginin diğer vasıfları farklı ve değişik olabilir. Çünkü bu bilgiye hâkim bir durumda ve kudretle sahip olan, onu daha yüksek ve daha umumi prensiplere dayanarak bilen insanlar bulunduğu gibi, onu tâli temellere ve daha dûn bilgiye dayanarak kavrayanlar da mevcutttur ki, bu ikinci kategoriden olan kimseler buraya kadar anlattığım ve verdiğim ispatlarla yetinmemde ve bu teoremlerin, söz konusu edilen bakımdan, daha umumi durumlara ne suretle misal teşkil edebileceği hususuna girmememde hiçbir mahzur görmezler.

Fakat bir kimse, bu mânada, söylediklerimizden daha umumi olan bir bilgiye erişmek isterse, böyle bir kimsenin, özel olması dolayısiyle, sözü geçen üç ispattan birincisiyle yetinip sınırlanmaması mümkün olduğu gibi, diğer iki metodla veya Öklid metodu ile de kendini tahdid etmemesi, kısaca, bir dik üçgenin dik kenarları karelerinin toplamının dik açı karşısındaki kenar karesine eşit olduğunu beyanla yetinmeyip daha genel olan bir bilgi basamağına yükselmesi imkân dahilindedir.

Böyle bir durumda iki şıkla karşılaşılır. Ya *Geometrinin Temelleri* adlı kitabının 6'ncı makalesinde bu umumilik mertebesine eriştiğinde Öklid'in yaptığı gibi,[1] bir üçgenin dik kenarları üzerine çizilen ister kare ister kareden gayrı şekillerin alanları toplamının dik açı karşısındaki kenar üzerine çizilen benzer şekil alanına, bu şekillerin kenarlar üzerindeki kuruluş durumları aynı olmak şartiyle eşit olduğunu ifade eder; yahut da, dik kenarlar üzerine çizilen kareler toplamının neye eşit olduğu meselesinde sözünü sadece dik üçgene inhisar ettirmeyip, dik olsun veya olmasın, herhangi bir üçgende kenarlardan ikisi üzerine çizilen kareler toplamının neye eşit olacağını söz konusu eder. Bu ikinci şıkta ise, bir üçgenin herhangi bir açısının

[1] Bak, Arapça metin not 12.

iki kenarı karelerinin toplamının, bir kenarı bu açı karşısındaki kenar olan bir dik dörtgen alanına eşit olacağını ortaya kor. Şöyle ki, aşağıdaki misalde görüldüğü üzere, bu dörtgenin diğer kenarı, bu kenarla teşkil ettikleri açılar üçgenin tepe noktasındaki açıya eşit olacak şekilde bu tepe noktasından çizilen iki doğrunun bu kenarla kesiştikleri noktalarla bu kenarın iki ucu arasında kalan doğru parçalarının toplamına eşit olur.

Bunun misali ABC üçgenidir. Bu üçgenin B tepe noktasından AC'yi kesen ve onunla ABC açısına eşit açı yapan bir veya iki doğru çizelim. Bu doğru, ya resimdeki ilk şekilde (dik açılı üçgene tekabül eden bu şekil burada gösterilmemiş, sadece Arapça metin kısmında verilmiştir: şekil 4) olduğu üzere, BD doğrusudur ki bu takdirde bu doğru tabanla her ikisi de ABC'ye eşit olan iki açı teşkil edecek şekilde kesişir ve bu durum ABC açısının dik açı olmasına tekabül eder; BD doğrusu burada AC'ye dik olur. Yahut da ikinci şekilde görüldüğü üzere (şekil 1) BA' ve BC' gibi iki doğru meydana gelir. Bu ikinci durumda ABC açısı dik olmayıp AA'B ve CC'B açılarına eşittir. Böyle olunca, AB ve BC kenarları karelerinin toplamı, birinci şeklin temsil ettiği durumda AC'nin AD ve DC toplamı ile çarpımından meydana gelen dik dörtgen alanına, geri kalan şekillerin [2] temsil ettiği durumda ise AC'nin AA' ve CC' toplamı ile çarpımından meydana gelen dik dörtgenin alanına eşit olur.

Bunun ispatı, Öklid'in *Geometrinin Temelleri* adlı kitabı yardımiyle kolayca yapılabilir.

Birinci şekilde olduğu üzere, üçgenin ABC açısının dik olması neticesi, AD ile DC toplamının AD ve DC gibi uçuca gelen iki doğru parçasının toplamını temsil etmesi durumunda —ki bu özel hal genel duruma dahildir ve üçgenin bir açısının dik olması şıkkına tekabül eder— dik kenarlar karelerinin toplamı üçüncü kenar karesine eşit olur.

Söz konusu edilen bakımlardan bütün bu zikredilenlerden de daha yüksek mertebede bulunan bir umumiliğe yükselmek isteyen ve bütün bu sonuçları içinde toplayarak şümulu içine alan bir teoreme erişmek arzu eden bir kimse ise şu sonuca varır :

Dik olsun veya olmasın herhangi bir üçgenin kenarlarından ikisi üzerine çizilen dörtgen veya dörtgenden gayrı benzer iki şekil toplamı,

[2] Bak, Arapça metin not 17.

yukarıda verilen misaldeki şartlara uygun olarak üçüncü kenar üzerine çizilen benzer şekle oranı aşağıdaki gibi olan herhangi bir şeklin alanına eşittir. Şöyle ki: bu üçüncü kenar karşısındaki açının tepe noktasından bu kenarla yaptıkları açılar mezkûr açıya eşit olan iki doğru çizelim; bu doğruların bu kenarı kestikleri noktalarla bu kenar uçları arasındaki mesafeler toplamının bu üçüncü kenara oranı, matlup oranı verecektir.

Buradaki durum yukarıdaki misale benzediğinden, yukarıdaki misal burada da misalimizi teşkil eder ve şartlarımız da yukarıdaki şartların aynıdır. Böylece AB ve BC kenarları üzerine çizilen herhangi benzer iki satıh toplamı, AC kenarı üzerine çizilen benzer satıhla oranı aşağıdaki gibi olan bir şekil alanına eşittir. Şöyle ki durum birinci şekildeki gibi olduğunda, bu oran AD ile DC toplamının AC'ye oranı gibidir; fakat durum geri kalan şekillerdekinden birine uygun olunca, bu oran AA' ve CC' uzunluklarının toplamının AC'ye oranı gibi olur. Bütün bunlarda, kenarlar üzerine çizilen benzer şekillerin bu kenarlar üzerindeki duruşu aynı olmalıdır.

Bunun ispatına gelince, bu ispat da yine Öklid'in *Geometrinin Temelleri* kitabı yardımiyle kolayca verilebilir.

Burada da, ilk şekilde olduğu gibi, üçgenin ABC açısı dik olunca, AD ile DC toplamı AD ile DC'nin ucuca gelmeleri suretiyle meydana gelen doğrunun uzunluğuna eşittir. Bu suretle bu umumi teorem ondan daha özel olan ve daha önce zikri geçen teoremi, yani kenarları üzerine çizilen şekillerin bu kenarlara göre vaziyeti hep aynı olmak üzere, bir dik üçgenin iki dik kenarı üzerine çizilen benzer yüzeyler toplamının üçüncü kenar üzerine çizilen ve ilk ikisinin benzeri olan yüzeye eşitliğini ifade eden teoremi ihtiva eder; ve bu teorem yolu ile, bundan da daha özel olan ve bir dik üçgende dik kenarlar kareleri toplamının üçüncü kenar karesine eşit olduğunu ifade eden teoremi de şümulu içine alır.

İşte bu teoremler, hep birbirlerinden umumilik ve şümul bakımından derece derece farklı bir takım teoremlerdir ki, dik üçgen hakkındaki söz konusu teorem bunların hepsinde mündemiçtir. Zamanımızın bazı insanlarında görüldüğü gibi bilgide daha yüksek mertebelere erişemeyen, yahut da öğrencileri kabiliyet ve imkânlarına göre ilim mertebelerinde derece derece yükseltmek arzusunda bulunan kimseler, bu teoremler içinde en özel olanını diğerlerine tercih ederler ve asgari derecede umumi olan ve en az şümulu ihtiva eden şıkla, yani Sokrates teoremi ile yetinirler.

Tahminime göre, Sokrates'in bunu kullanmış olmasının sebebi de ancak bu husustaki muhatabının bir mübtedi olmasından ileri geliyordu. Sokrates onu tedricî olarak yetiştirmek istiyor, veya bu ispatı başka bir şey için yakın misal olarak vermek, yahut da sebepleri bakımından benzer bir durumu aydınlatmak arzu ediyordu. Çünkü öğretimde hazırlayıcı disiplinlerin nefisle münasebeti, bazı eski düşünürlerin söylediği gibi, gıdanın bedenle münasebetine benzer.

Gerçekten, bilgi nefsin gücünü arttırır ve onu takviye eder. Ancak, nasıl ki zaif bir vücuda kuvvetli bir gıda bir defada verilecek olursa, vücut bunu kaldıramaz ve bu gıda onu kuvvetlendireceğine ona zararlı bir tesir yaparsa, aynı suretle, nefse de kaldıramayacağı bir şey tahmil edilince güç ve âciz bir durumda kalır. Fakat bu iş tedricî bir şekilde ve isabetli bir tarzda tertiplenirse, o zaman, ona hiç bir zarar gelmeksizin onun kuvveti muazzam derecede arttırılır.

Eskilerden öğretimde büyük meharet sahibi ve faydalı olmak için gayretli kimselerden Öklid ve diğerlerinin kitaplarında bu suretle hareket ettiklerini ve bu bilgileri onların kitaplarından edinmek isteyenlerin anlayış derecelerine göre tedricî olarak bir kademeden daha yükseğine geçtiklerini görüyoruz. Ben burada bir örnek vermek maksadiyle bu konuya temas ettim. Gerçekten, geometri ilminin köklerinden birini teşkil eden ve üçgenle ilgili olan bu konuda burada sunduğum mukayeseli örnek, ilmî bilgideki, ve aynı zamanda, bir tek konu için de olsa, ilim adamlarının bilgilerinin derecesindeki farklar hususunda, başka misallerde de buna benzer durumları anlamamızı mümkün kılar.

Dik üçgenle ilgili olarak yukarıda zikri geçen teoremlerin hepsi de zaruri olarak doğru olmakla beraber, bunların her birinin teker teker temsil ettiği bilgi aynı değildir; insanların bunlara tekabül eden ilim dereceleri ile mertebeleri ve bu bilgilere sahip olma tarzları arasındaki fark da küçük değil büyüktür.

İnsanın bir şey hakkındaki bilgisi ancak bu iki şıkkın birleşmesi, yani bilginin gerek küllî ve umumi ve gerekse cüzî ve hususî olması halinde tam ve noksansız olur. Çünkü insan bir şeyi sadece özel ve cüzî olarak bilirse ilimde fakir durumda bulunur, bilgisi geniş ve şümullu olmaz. Sadece umumiyi ve külliyi bilene gelince, böyle bir insanın ilimden nasibi çok da olsa, o, henüz cüzide sarih olarak elde edilmiş bilgiye sahip bir kimse sayılamaz; muayyen bir şeyi derli toplu bir şekilde kavrar durumda bulunmayıp, onda cüzinin bilgisi, ancak küllinin bilgisinde mündemiç olması mânasında ve tevil yolu ile mevcuttur. O cüziye ancak potansiyel bir tarzda sahip olup onu aktüel olarak bilmez. Öyle ki, umumi mânada bilgisine sahip olduğu hususlarda bazan özel haller bakımından yanılır ve bazı şeyler gözünden kaçar. Fakat bir kimse her iki durumu nefsinde toplar ve her ikisine birden sahip olursa, o zaman o konudaki bilgisi tam olur.

Aristo, *Analitik I* ve *II* adlı kitaplarında bu meseleye temas etmiş ve bu hususu hulâsatan anlatmış olduğundan, yukarıdaki tafsilâtı onun sözleri ile mukayese etmemiz icabeder.